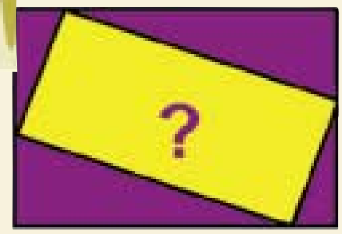
MATEMATİK KULESİ

Engin Toktaş

Dergimizde bu ay yepyeni bir bölüme başlamanın heyecanı içindeyiz. Bu sayfada, matematik sorularının yanında matematik tarihinin ilgi çekici olaylarını, bilinmeyenlerini ve ünlülerini de bulacaksınız. Hepinizi Matematik Kulesi'ne davet ediyoruz. Surlarımız o kadar güçlüdür ki bu kuleye adım attığınız andan itibaren mantıksızlığın, bağnazlığın ve cehaletin kötü gücünden korunduğunuzu derinden hissedeceksiniz. Kulenin merdivenlerinden göğe doğru yükseldiğinizdeyse beyninizin daha uzakları görebildiğini fark edeceksiniz.

Ne Kadar Esnek?

Bir dikdörtgenin esnekliği, uzun kenarının kısa kenarına oranı olarak tanımlanır. Örnek olarak bu tanıma göre karenin esnekliği 1'dir.



Bir B dikdörtgeni alalım ve her köşesi başka bir A dikdörtgeninin farklı kenarlarına gelecek şekilde içine yerleştirelim. Buna göre B dikdörtgeninin esnekliğinin A dikdörtgeninden az olamayacağını ispatlayabilir misiniz?

İlginç Bir Bağıntı

Bir üçgenin tamsayı olan kenarlarına x, y ve z diyelim. Yüksekliklerden birinin diğer iki kenarın toplamına eşit olduğu bilindiğine göre $x^2 + y^2 + z^2$ 'nin bir tamsayının karesi olduğunu gösteriniz.

Sayıların Kralı, Kralların Sayısı

e, Π ve i (eksi birin karekökü) değişik tarihlerde birbirinden habersiz büyük beyinlerce bulunmuş üç önemli matematik sayısıdır.

Tüm uygarlıklar bu sayılar üzerinde durmuştur ve ne tuhaf bir ilişkidir ki bu üç sayı birbirine bağlıdır. $e^{i\Pi}$ 'nin hangi değere eşit olduğunu biliyor musunuz?

Sihirli Matematik

Matematiğin öyle güzel bir sihri vardır ki, bazen çözümü imkansız gözüken problemler basite indirgenerek kolaylıkla çözülebilir. Örneğin dizileri ele alalım. Bir a_n dizisindeki ilişki şu şekilde tanımlanıyor:

$a_1 = 1776,\ a_2 = 1999,\ a_{n+2} = (a_{n+1} + 1) / a_n$

Matematiğin sihrini kullanarak a_{2002}'nin değerini bulabilir misiniz?

Daha Az Olamaz!

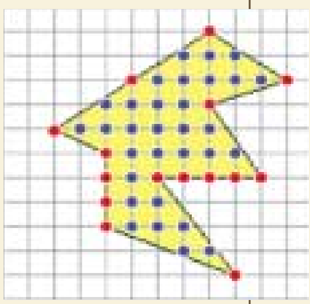
$x \cdot 2^y + y \cdot 2^x > x + y$ eşitsizliğinin $x > 1$ ve $y > 1$ şartlarında doğru olduğunu ispatlayınız. Size bir ipucu: Problemi bir fonksiyon olarak ele alıp fonksiyonun artan özelliğini incelerseniz sorunun hiç de zor olmadığını göreceksiniz.

Matematiğin Şaşırtan Yüzü

Pick Teoremi

Bu yazıyı okuduktan sonra kendinize, her türlü çokgenin alanını hesaplayan bir hesap makinesi yapabileceksiniz. Üstelik gerekli malzemelerimiz ne dirençler ne de karmakarışık çipler! İhtiyacımız olan bir tahta levha, biraz çivi, ip ve tabii ki matematik.

1899 yılında George Pick tarafından keşfedilmiş "çivilerle alan hesabı" yöntemine matematik literatüründe "Pick Teoremi" adıyla rastlıyoruz. Örnek olarak 24x24cm'lik bir karenin sığabileceği bir tahta levha alalım ve karenin içine 2 cm aralıklarla yatay ve dikey çizgiler çizelim. Daha sonra bu çizgilerin kesiştiği her noktaya bir çivi çakalım. Sonuçta büyük karemiz içinde oluşan her küçük 2x2cm'lik karelerin köşelerinde çiviler bulunacak. Şimdi de elimize bir ip ya da lastik parçası alalım ve levha üzerinde istediğimiz üçgeni, dörtgeni, çokgeni veya çokgeni oluşturalım.



Örneğin, oluşturduğumuz çokgen yandaki gibi olsun. Kırmızı noktalar çokgenin sınırlarındaki, mavi noktalar sa çokgenin içinde kalan çivileri temsil ediyor. Hesap makinemiz ile alanı hesaplamak için geriye sadece küçük bir matematiksel işlem kaldı:

I = çokgenin içindeki çivi sayısı

S = çokgenin sınırlarındaki çivi sayısı ise;

$$\text{ALAN} = I + \frac{S}{2} - 1$$

Bu durumda yukarıdaki çokgenin alanı

31 + 15/2 - 1 = 37,5 'dir. Hesap makinenizin hızı ne kadar da şaşırtıcı öyle değil mi?

Robert Langlands İstanbul'daydı

Geçen sayıda Yıldız Üniversitesi Bilim Kulübü üyesi Özgür Ateş'in haberinde kısaca belirtildiği gibi, Princeton İleri Araştırmalar Enstitüsünde (Institute for Advanced Study, IAS) Hermann Weyl profesörü olan Robert Langlands Haziran ayında Yıldız Üniversitesinde matematikte eğrilik kavramının kökenleri, tarihçesi ve fiziğe girişi hakkında hazırlamakta olduğu bir dizi konferansın ilk beş tanesini Türkçe olarak verdi. Konferansların Yıldız Teknik Üniversitesi'ndeki organizasyonu Dr. Meral Tosun tarafından yapıldı. Profesör Langlands bu sene antik Yunan matematiği ve özellikle Öklid üzerinde yoğunlaştı; önümüzdeki senelerde eğrilik temasına Descartes, Gauss, Riemann ve Einstein'ın yaptığı katkıları anlatarak bu konferanslara devam etmeyi planlıyor. Bu dahilerin fikirlerinin birbirleri ile ilişkilerine ve ayrıca içinde yetiştikleri sosyal-kültürel ortamla etkileşimlerine yapılan vurgu da konuşmalara matematikle sınırlı kalmayan bir zenginlik veriyor.

IAS başta Einstein olmak üzere, Nazi hakimiyetinden kaçan en önde gelen Avrupalı bilim adamlarını öğretim yükümlülüklerinin olmayacağı, kendilerini tamamen dünyevi kaygılardan arındırarak araştırmalarına verebilecekleri bir çatı altında toplamak amacıyla kuruldu. Burada faaliyet gösteren H. Weyl, K. Gödel, J. von Neumann, A. Weil, W. Pauli, T. D. Lee, C. N. Yang, F. Dyson ve R. Oppenheimer gibi bilim devleri sayesinde IAS'den 'bilim dünyasının tanrılarının buluştuğu bir Olimpos dağı' olarak bahsedilir oldu. Şu anda da Einstein'ın ofisinde Prof. Langlands'ın oturduğunu belirtmeden geçmeyelim- her ne kadar Langlands bu tanımlama yerine 'Şimdi kullandığım ofiste daha önceleri Einstein oturmuş' demeyi tercih ediyorsa da.

Matematiksel Fizikteki katkılarını bu yazı için bir yana bırakırsak, Langlands'in bilimsel şöhreti büyük ölçüde kendi adıyla anılan programdan kaynaklanıyor. Bu programa 'Matematiğin Büyük Birleştirici Teorisi' olarak bakılıyor, zira Langlands'in önerdiği ilişkiler ağı, sayılar teorisi, cebirde Galois teorisi, analizde otomorfik formlar, kompakt olmayan Lie gruplarında sonsuz boyutlu temsiller arasında derin bağlantıları ortaya koyuyor. Programdaki beklentilerin doğruluğu hakkında matematik camiasında herhangi bir şüphe yok, hatta bazı matematikçiler mesela Drinfeld) bunu geometrik yönde genişletmeyi bile düşünüyorlar. Buna karşılık, bu bağlantıların doğruluğunun birer birer ispat edilmesi, belli ki birçok birinci sınıf matematikçiyi çok uzun süre meşgul edecek. Andrew Wiles'ın Fermat'nın son teoremini ispatlaması, eliptik eğrilerle modüler formları ilişkilendiren Taniyama-Shimura konjektürünün (ispat edilmemiş, fakat doğruluğundan pek şüphe edilmeyen bir matematiksel önerme) ispatlanmasına dayanıyordu, bu konjektür ise Langlands programındaki birçok benzer önermeden sadece bir tanesi. Nitekim 1996 Wolf ödülü bu sebeple Wiles ve Langlands arasında paylaştırıldı. 2002 Field Madalyası da programın bir başka adımını doğruladığı için L. Lafforgue'a verildi.

Okuyucu artık haklı olarak bu matematikçinin Türkiye ve Türkçe ile ilgisinin nereden kaynaklandığını merak edebilir. Bunun sebebi, Prof. Langlands'in 1967-68 ders yılını Orta Doğu Teknik Üniversitesinde ders vererek geçirmiş ve bu arada da Türkçe öğrenmiş olması. Kendi ifadesiyle, Türkçe bilgisini yitirmek istemiyor ve lisan ilerletme yöntemi olarak o dilde Matematik konuşmaları yapmayı verimli buluyor; zira 'dinleyiciler insanın sözünü kesemiyorlar ve uzun bir süre bildiğiniz bir konuda konuşma talimi yapabiliyorsunuz'. Dinleyicileri 'Ya sabır çekmeye ihtiyacınız olabilir' diye önceden uyarıyor.

Konuşmalara katılmış biri olarak bu ihtiyacı şahsen duymadığımı, tersine Pisagor'un bir şaman mı, yoksa modern matematikçilerin gerçek anlamda bir atası sayılıp sayılamayacağı, eğriliğin pozitif veya negatif olması durumunda Öklid'in zincirleme önerilerinin nasıl etkileneceği ve başka birçok ilginç noktada aydınlandığımı ifade edebilirim. Genç-yaşlı ilgilenen matematikçilere ve meraklılara tavsiyem dizinin devamını (ilanı yapılacak) kaçırmamaları.

Cihan Saçlıoğlu - Fizik Böl. Boğaziçi Üniv.