

# MATEMATİK YARIŞMALARINA HAZIRLIK

Prof. Dr. Berk YURTSEVER

Sevgili öğrenciler,

Bu sayıdaki 35 sorumuzu ve geçen sayıdaki soruların cevap anahtarını aşağıda bulacaksınız. Matematik olimpiyadı yarışmalarına hazırlanmak için bu soruları da çözmeye çalışınız. Cevap anahtarını önümüzdeki sayıda vereceğiz.

Başarılar dileriz.

## BİRİNCİ BÖLÜM

1. Aşağıdakilerden hangisi  $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}}$  ifadesinin dördüncü kuvvetidir ?

- (A)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  (B)  $\frac{1}{2} (7 + 3\sqrt{5})$   
(C)  $1 + 2\sqrt{3}$  (D) 3 (E)  $3 + 2\sqrt{2}$

2. Çevre uzunlukları aynı olan bir kare ile bir çember veriliyor. Çemberin alanının karenin alanına oranı nedir ?

- (A)  $4/\pi$  (B)  $\pi/\sqrt{2}$  (C)  $4/1$   
(D)  $\sqrt{2}/\pi$  (E)  $\pi/4$

3. Eğer  $x = 1 + 2^p$  ve  $y = 1 + 2^q$  ise  $y$  nin  $x$  cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir ?

- (A)  $\frac{x+1}{x-1}$  (B)  $\frac{x+2}{x-1}$  (C)  $\frac{x}{x-1}$   
(D)  $2-x$  (E)  $\frac{x}{x-1}$

4. Ardışık üç tamsayının kareleri toplamına eşit olan sayıların cümlesi S olsun. S için aşağıdakilerden hangisi doğrudur ?

- (A) S nin hiçbir elemanı 2 ile bölünmez  
(B) S nin hiçbir elemanı 3 ile bölünmez fakat bazı elemanları 11 ile bölünür  
(C) S nin hiçbir elemanı 3 ile yahut 5 ile bölünmez  
(D) S nin hiçbir elemanı 3 ile yahut 7 ile bölünmez  
(E) Hiçbiri.

5. Eğer  $f(x) = \frac{x^4 + x^2}{x+1}$  ise  $f(i) = ?$

- (Burada  $i = \sqrt{-1}$  dir.)  
(A)  $1+i$  (B) 1 (C) -1  
(D) 0 (E)  $-1-i$

6. Reel  $x$  değerleri için  $x^2 + 8x$  ifadesinin alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir ?

- (A) -16,25 (B) -16 (C) -15  
(D) -8 (E) Hiçbiri.

7. Bir kenarının uzunluğu  $s$  olan ABCD karesinin içine, A ve B merkezli  $s$  yarıçaplı dörtte bir çember yayları çiziliyor. Bu yaylar kare içindeki bir X noktasında kesiştiklerine göre X noktasının CD kenarına olan uzaklığını hesaplayınız.

- (A)  $s(\sqrt{3}+4)$   
(B)  $s\sqrt{3}$

- (C)  $s(1+\sqrt{3})$   
(D)  $s(\sqrt{3}-1)$

- (E)  $s(2-\sqrt{3})$

8. Eğer  $a = \log_3 225$  ve  $b = \log_3 15$  ise  $a$  ile  $b$  arasında hangi bağıntı vardır ?

- (A)  $a = b/2$  (B)  $a = 2b/3$  (C)  $a = b$   
(D)  $b = a/2$  (E)  $a = 3b/2$

9. Bir AB doğru parçasının orta noktasının aynı tarafında P ve Q noktaları alınıyor. P noktası AB doğru parçasını 2:3 oranında, Q noktası ise AB doğru parçasını 3:4 oranında bölüyor.  $PQ = 2$  ise AB nin uzunluğu nedir ?

- (A) 12 (B) 28 (C) 70 (D) 75 (E) 105

10. Devreden rakamları 8 ve 1 olan  $F = 0,48181\dots$  devirli ondalık sayısı, sadeleşmiş bir bayağı kesir olarak yazıldığında paydası payından ne kadar fazladır ?

- (A) 13 (B) 14 (C) 29 (D) 57 (E) 126

## İKİNCİ BÖLÜM

11.  $2x^3 - hx + k$  ifadesinin iki çarpanı  $x+2$  ve  $x-1$  ise,  $|2h-3k|$  ifadesi aşağıdakilerden hangisidir ?

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

12.  $r$  yarıçaplı bir çember, ABCD dikdörtgeninin AB, AD ve CD kenarlarına teğet olup AC köşegeninin orta noktasından geçmektedir. ABCD dikdörtgeninin  $r$  cinsinden alanı aşağıdakilerden hangisidir ?  
 (A)  $4r^2$  (B)  $6r^2$  (C)  $8r^2$   
 (D)  $12r^2$  (E)  $20r^2$

13. Bütün pozitif  $a$  ve  $b$  sayıları için  $*$  işlemi  $a * b = a^b$  şeklinde tanımlanıyor. Her  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $n$  pozitif sayıları için aşağıdakilerden hangisi doğrudur ?

- (A)  $a * b = b * a$   
 (B)  $a * (b * c) = (a * b) * c$   
 (C)  $(a * b^n) = (a * n) * b$   
 (D)  $(a * b)^n = a * (bn)$   
 (E) Hiçbiri.

14.  $p$  ve  $q$  pozitif sayılar olmak üzere  $x^2 + px + q = 0$  denklemi gözönüne alınıyor. Eğer bu denklemin kökleri farkı 1 ise  $p$  nin  $q$  cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir ?

- (A)  $\sqrt{4q+1}$  (B)  $q-1$   
 (C)  $-\sqrt{4q+1}$  (D)  $q+1$   
 (E)  $\sqrt{4q-1}$

15.  $xy$  — düzleminde  $(-4,5)$  ve  $(5,-1)$  noktalarını birleştiren doğru parçasını üç eşit parçaya bölen noktaları  $(3,4)$  noktasına birleştiren doğrulardan birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir ?

- (A)  $3x - 2y - 1 = 0$   
 (B)  $4x - 5y + 8 = 0$   
 (C)  $5x + 2y - 23 = 0$   
 (D)  $x + 7y - 31 = 0$   
 (E)  $x - 4y + 13 = 0$

16.  $F(n)$  fonksiyonu  $F(1) = F(2) = F(3) = 1$  ve  $n \geq 3$  için  $F(n+1) = F(n) \cdot F(n-1) + 1$

şeklinde tanımlanıyor.  $F(6)$  aşağıdakilerden hangisidir ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 7 (D) 11 (E) 26

17. Eğer  $r > 0$  ise,  $pq \neq 0$  ve  $pr > qr$  bağıntılarını sağlayan bütün  $p$  ve  $q$  sayıları için aşağıdakilerden hangisi doğrudur ?

- (A)  $-p > -q$  (B)  $-p > q$   
 (C)  $1 > \frac{-q}{p}$  (D)  $1 < q/p$   
 (E) Hiçbiri.

18.  $\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} = ?$   
 (A) 2 (B)  $2\sqrt{3}$  (C)  $4\sqrt{2}$   
 (D)  $\sqrt{6}$  (E)  $2\sqrt{2}$

19. Ortak katı  $r$  ( $|r| < 1$ ) olan bir sonsuz geometrik serinin toplamı 15, terimlerinin

kareleri toplamı 45 dir. Bu serinin ilk terimi kaçtır ?

- (A) 12 (B) 10 (C) 5 (D) 3 (E) 2

20. Bir düzlemde HK ve BC doğruları çiziliyor. BC nin orta noktası M ve BH ile CK doğruları HK doğrusuna dik iseler aşağıdakilerden hangisi doğrudur ?

- (A) Daima  $MH = MK$   
 (B) Daima  $MH > BK$   
 (C) Bazan  $MH = MK$  bazan değildir.  
 (D) Daima  $MH > MB$   
 (E) Daima  $BH < BC$

### ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

21. Bir otomobil seyahatinde arabanın kilometre göstergesinden 450 km. yol alındığı okunmuştur. Dönüşte kar lastikleri kullanılmış ve bu defa göstergeden 440 km. yol alındığı okunmuştur. Gidışteki tekerlek yarıçapı 38 cm. olduğuna göre 1 cm. nin yüzde biri kadar yaklaşıklıkla, dönüşteki tekerleğin yarıçapındaki artmayı hesaplayınız.

- (A) 0,85 cm. (B) 0,86 cm.  
 (C) 0,87 cm. (D) 0,88 cm. (E) 1 cm.

22. İlk 3n pozitif tamsayının toplamı, ilk n pozitif tamsayının toplamından 150 daha fazladır. Buna göre ilk 4n pozitif tamsayının toplamı aşağıdakilerden hangisidir ?  
 (A) 300 (B) 350 (C) 400 (D) 450 (E) 500

23.  $10!$  sayısı ( $10$  sayısı  $10$  tabanına göre yazılmıştır)  $12$  tabanına göre yazıldığında sayının sonunda kaç tane sıfır bulunur ? (1)

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

24. Çevre uzunlukları aynı olan bir eşkenar üçgen ile bir düzgün altıgen veriliyor. Eşkenar üçgenin alanı  $2 \text{ cm}^2$  ise düzgün altıgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 12

25. Her  $x$  reel sayısı için  $[x]$ ,  $x$  den büyük olmayan en büyük tamsayıyı gösterir. Her kilograma kadar olan ağırlık başına 6 kuruş alan bir nakliye şirketi ağırlığı  $w$  kg olan bir yükü kaç kuruşa taşır ?

- (A)  $6w$  (B)  $6[w]$  (C)  $6([w] - 1)$   
 (D)  $6([w] + 1)$  (E)  $-6[-w]$

26.  $xy$  — düzleminde  $(x+y-5)(2x-3y+5)=0$  ve  $(x-y+1)(3x+2y-12)=0$  denklemlerinin grafiklerinin kaç tane farklı ortak noktaları vardır ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4  
 (F) Sonsuz

27. Bir üçgenin alanı ile çevresi sayısal olarak eşittir. Bu üçgene içten teğet olan

(1)  $n! = 1.2.3... (n-1)n$  çarpımını göstermektedir. Örneğin  $5! = 1.2.3.4.5 = 120$  dir.



çemberin yarıçapı ne kadardır?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

28. ABC üçgeninde A dan çizilen kenarortay ile B den çizilen kenarortay birbirine diktir. AC ve BC kenarları, sırası ile, 6 ve 7 birim ise AB kenarı kaç birimdir?

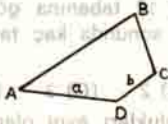
- (A)  $\sqrt{17}$  (B) 4 (C) 4 —  
(D)  $2\sqrt{5}$  (E) 4 —

29. Şimdi saat 10.00 ile 11.00 arasındadır. 6 dakika sonra saatin dakika göstergesi, saat göstergesinin 3 dakika önce bulunduğu yerin tam karşısında olacaktır. Şimdi saat kaçtır?

- (A)  $10.05 \frac{1}{11}$  (B)  $10.07 \frac{1}{2}$  (C)  $10.10 \frac{1}{2}$   
(D)  $10.15 \frac{1}{2}$  (E)  $10.17 \frac{1}{2}$

30. Ağıdaki şekilde AB//CD olup D açısının ölçüsü B açısının ölçüsünün iki katıdır. AD nin uzunluğu a, CD nin uzunluğu b ise AB nin uzunluğu nedir?

- (A)  $\frac{1}{2}a + 2b$  (B)  $\frac{3}{2}b + \frac{3}{4}a$   
(C)  $2a - b$  (D)  $4b - \frac{1}{2}a$  (E)  $a + b$



31. Rakamları toplamı 43 olan bütün 5 rakamlı sayılar cümlesinden bir sayı gelişigüzel alınıyor. Bu sayının 11 ile bölünebilme olasılığı nedir?

- (A) 2/5 (B) 1/5 (C) 1/6  
(D) 1/11 (E) 1/15

32. A ve B, dairesel bir yol üzerinde, merkeze göre simetrik iki noktadan başlayarak, karşıt yönlerde düzgün hızlarla hareket ediyorlar. Harekete aynı anda başladıklarına göre, B yüz metre yol aldık-

tan sonra ilk karşılaşma, A nın bir devri tamamlamasına 60 metre kala da ikinci karşılaşma oluyor. Dairesel yolun çevresi kaç metredir?

- (A) 400 (B) 440 (C) 480  
(D) 560 (E) 880

33. 1, 2, 3, 4, ... 10000 dizisindeki sayıların rakamları toplamını bulunuz.

- (A) 180001 (B) 154756 (C) 45001  
(D) 154755 (E) 270001

34. 13511, 13903 ve 14589 sayılarını böldüğünde aynı kalanı veren en büyük tam sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- (A) 28 (B) 49 (C) 98  
(D) 7 nin 49 dan büyük olan bir tek katı  
(E) 7 nin 98 den büyük olan bir çift katı

35. Emekliye ayrılan bir memur hizmet yılları sayısının karekökü ile doğru orantılı olarak yıllık emekli maaşı almaktadır. Eğer bu memur a sene daha çalışsaydı, yıllık maaşı p lira daha fazla, fakat eğer b yıl daha çalışsaydı (b  $\neq$  a), yıllık maaşı q lira daha fazla olacaktı. Memurun yıllık maaşını a, b, p ve q cinsinden hesaplayınız.

- (A)  $\frac{p^2 - q^2}{2(a - b)}$  (B)  $\frac{(p - q)^2}{2\sqrt{ab}}$   
(C)  $\frac{ap^2 - bq^2}{2(ap - bq)}$  (D)  $\frac{aq^2 - bp^2}{2(bp - aq)}$   
(E)  $\sqrt{(a - b)(p - q)}$

### GEÇEN SAYIDAKİ SORULARIN CEVAP ANAHTARI

1 — B	10 — C	19 — B	28 — E
2 — A	11 — B	20 — C	29 — C
3 — E	12 — A	21 — E	30 — D
4 — E	13 — B	22 — C	31 — D
5 — B	14 — A	23 — A	32 — C
6 — C	15 — D	24 — E	33 — A
7 — A	16 — E	25 — D	34 — B
8 — D	17 — D	26 — B	35 — B
9 — C	18 — B	27 — E	

- Kendimi kendim yetirdim (yetiştirdim), kendim ister kendimi, kendime kendim gerekse, bula kendim kendimi. (Amerika'da Boston şehri kütüphanesinde Piri Reis'e ait olan el yazmaların birinde okunmuş, yazarının Yunus Emre olacağı tahmin edilmişse de kesin bir kanıt bulunamamıştır).