MATEMATİK TARİHİNE BİR BAKIŞ

Dr. Selçuk ALSAN

Lord Kelvin "Ölçemediğimiz şeyleri bilemeyiz" demişti. Bilim bilmek demek olduğuna göre bilimin ilk şartının ölçebilmek olduğu anlaşılıyor. Ölçebilmek içinse matematik gereklidir. Demek ki matematik bütün bilimlerin başlangıcı oluyor. Matematik tarihine bir bakış bugünkü uygarlığa nasıl eriştiğimize de bir bakış olacaktır. Gerçekten ancak 17. yüzyıl sonlarında Newton ve Leibniz tarafından türev ve entegrallerin keşfedilmesi iledir ki pozitif bilimler büyük bir aşama yapmaya başladı, böylece DİFERANSİYEL CALCULUS dönemi başlamış oluyordu. Yakın çağlara Diferansiyel Calculus Çağı demek belki de pek yanlış olmayacaktır. Özellikle 19. yüzyılda matematiğin bütün dallarında büyük ilerlemeler görüldü ve bu alandaki gelişmeler fiziğe, kimyaya ve mühendislik dallarına yansıdı. İhtimaller hesabı (probabilite) ve istatistik yöntemlerdeki gelişmeler sonucu matematik, biyolojik ve hatta sosyal bilimlerde büyük rol oynamaya başladı. Gerçi biyolojik bilimler, örneğin tıp, matematikten farklı olarak tümden gelim değil, tüme varım metodu kullanır, yani matematikte olduğu gibi genel prensiplerden özel durumlara gideceği yerde, yaptığı sınırlı sayıdaki özel gözlemlerden genel bir prensibe doğru gider, ne var ki yapılan gözlemler sonucunda bulunan şeyin bir rastlantı mı olduğu, yoksa gerçek bir keşif mi olduğu ancak matematik sayesinde anlaşılabilir. İstatistik analize dayandırılmamış gözlemlerin bilimde geçerliliği yoktur. Demek ki farklı metodlar kullansa bile her bilim dalı matematik mantığın çelik süzgecinden geçmek zorundadır.

Fakat matematiğin tek olumlu yanı insanlara daha iyi bir dünyada yaşamak olanaklarını sağlaması mıdır? Matematiğin değerini yalnız faydası ile mi ölçmeliyiz? Neyse ki bu dünyada herşeye hemen bir fiat biçiveren bezirgân zihniyetinden uzak çok insan bulunmakta ve insan zekâsının kendi sınırlarını zorlamasındaki güzelliği görebilmektedir. Evet, güzellik deyimini kullandım, çünkü matematik tarihi ile ilgili çeşitli dillerdeki kitapları karıştırırken çoğu kere bir teoremden "çok güzel", "çok zarif" bir teorem diye bahsedildiğini gördüm. Lagrange'ın büyük yapıtı Analitik Mekanik için Hamilton şöyle demişti: "Bir çeşit bilimsel şiir". Matematik insan zekâsının en güzel çocuğudur, en gerçek çocuğudur ve bu çocuğu tanımak, anlamak ve büyütmek bence insanın insanlığına doğru sonsuz bir seri halinde açılması demektir.

Matematikçiler dünyasına yapacağımız bu gezide onların dilini konuşmak zorundayız. Geçen matematik terimleri bu yazıyla birlikte küçük bir vokabüler halinde sunuyoruz. Yüksek matematik görmüş olanlar zaten hemen anlayacaklar, görmemiş olanlar ise belki de matematiği öğrenmek isteği duyacaklardır. Bu yazıyı hazırlamaktaki amacımız yalnız bilgi vermek değil, okurlarımızın matematiğe gönül vermesini olanak dahilinde sağlamaktır. Eğer matematık dille söylersek belki de okurlarımız Bilim - Teknik faktörü ile çarpılarak bir dönüşüm (transformasyon) yapmak zorunda kalacaklardır, fakat bu yeni fonksiyonun türevi mutluluk, entegrali mantık ve kökleri insanlık olacaktır. Şimdi matematik dünyasının en büyük ve en sıcak kapısı olan 19. yüzyıldan içeri girebiliriz.

C. F. GAUSS (1777 - 1855): Alman. Archimed ve Newton ile birlikte bütün çağların en büyük üç matematikçisinden biri. Daha üç yaşındayken babasının muhasebe defterinde yanlış bularak düzelttiği söylenir. 20 yaşında yazdığı doktora tezinde Girard'ın 1629'da ileri sürdüğü Cebirin Ana Teoremi'ni kanıtladı (n. dereceden bir denklemin n kökü vardır). Olağanüstü belleği sayesinde en karışık hesapları logaritma cetveli kullanmadan yapardı. 1801'de yayınlanan Disquisitiones Aritmeticae adlı tanınmış kitabında modern sayı teorisine yer verdi. O sıralar en önemli problem 4. dereceden büyük denklemlerin çözümü idi. Lagrange ve Vandermonde bunların çözümü için grup ve set teorisini ileri sürmüştü. Gauss $x^n - 1 = 0$ (n tek bir tamsayı) denkleminin çözümünü verdi. Aynı kitapta bir dairenin içine bir poligonun (kenar sayısı asal ise) ancak $2^{2^n} + 1$ kenar varsa çizilebileceğini gösterdi. Bir diğer deyişle N kenarlı bir poligon (N asal) ancak N-1 2'nin kuvveti ise daire içine çizilebilir: 3, 5, 17, 257... kenarlı poligonlar daire içine çizilebilir, buna karşı 7, 11, 13... kenarlılar çizilemez. Eski Yunan'dan beri bilinen şey ise kenar sayısının 2^m, $2^m.3$, $2^m.5$, $2^m.15$ olduğu hallerde poligonun çizilebileceği idi. Gauss insanların 2000 küsur yılda bulamadığı şeyi genç yaşta bulmuş oluyordu. Kitabında Congruence (uygunluk) diye bilinen yeni bir kavram geliştirdi. Bu kavramın genişletilmesi modern matematikte önemli rol oynayan Eşdeğerlik (equivalence) sınıflarına yol açtı. Gauss, Euler ve Legendre'ın da incelemiş olduğu 2. dereceden karşıtlık (quadratic reciprocity) adlı büyük probleme 6 çözüm buldu. Daha 14 yaşında iken bulduğu şu formül de ilginçtir: x bir asal sayı ise ve x'den daha küçük asal sayıların sayısı $\pi(x)$ ise büyük sayılar için $\pi(x) = x/\log x$ (yaklaşık olarak).

Carl Friedrich Gauss

"Matematiğin Prensi" Euclide'in olmayan geometriyi (non-Euclidien veya hiperbolik geometri) ilk düşünenlerden de biri oldu. Gauss ayrıca astronomi, jeodezi, elektrik, differansiyel geometri ve En Küçük Kareler Metodu üzerinde de çalıştı. 80 yaşına yakın ölürken "Matematik bilimlerin, sayılar teorisi ise matematiğin baş tacıdır" diyordu.

N. I. LOBACHEVSKI (1792 - 1856): Rus. "Geometrinin Kopernik'i". Son derece yoksul bir ailedendi, buna rağmen 14 yaşında iken Kazan Üniversitesine girdi ve 20 yaşında aynı üniversiteye profesör oldu. Lobachevski 2000 küsur yıldır Euclide'e dayanmakta olan geometride büyük bir devrim yaparak yeni bir geometri kurdu: non-Euclidien geometri. 1811'de Gök Mekaniği adlı tezini verdiğinden beri çok derin düşünceler içindeydi. Uzay kavramının çok izafî (rölatif) olduğu kanısındaydı. Lobachevski Euclide'in Elemanlar kitabında açıkladığı 5. aksiyomu reddetti, bu aksiyom bir doğruya dışındaki bir noktadan ancak tek bir paralel çizilebileceğini ifade etmekteydi. Euclide bu aksiyomda iki doğruyu kesen bir doğrunun o doğrularla yaptığı açılar eşitse bu iki doğrunun paralel olduğunu ve birbirini kesen iki doğrunun ikisinin birden aynı doğruya paralel olamayacağını söylemişti. Lobachevski 1826'da Kazan Üniversitesi matematik-fizik bölümüne verdiği yazıda bir doğruya dışındaki bir noktadan birçok paralel çizilebileceğini kanıtlıyordu. Bu yeni geometriye göre bir üçgenin iç açılarının toplamı 180 dereceden küçüktü ve açıların toplamının 180 dereceden farkı üçgenin yüzeyi ile oranlı idi. Fakat bu yazı basılmadı ve kayboldu. Makale ancak 1829'da "Kazan Habercisi"nde yayınlanabildi. 1835 ile 1838 arası rusca dergilerde ve 1840'da Berlin'de

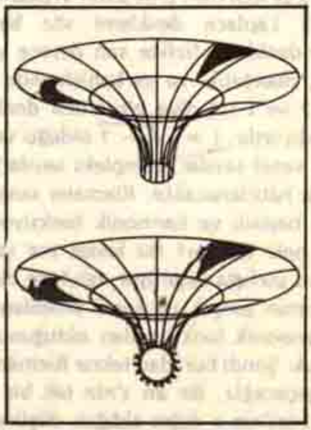
Nicholas Labochevsky

almanca olarak buluşlarını yayınladı. Gauss onu anlamasına rağmen Kant ve diğer idealist filozoflarla bir tartışmaya girmekten çekindiği için yeni geometri hakkında açıklama yapmadı. Lobachevski Üniversite'ye Rektör olmasına rağmen keşfinin zaferini sağlığında göremedi. Hiperbolik trigonometri, infinitesimal geometri, analiz ve paraleller teorisi üzerine yayınları olan Lobachevski Pangeometri adlı büyük kitabını bitiremeden öldü.

B. RIEMANN (1826 - 1866): Alman. Bu yüzyılın en büyük matematikçilerinden. Lobachevski'nin başlatmış olduğu non-Eucliden geometriyi devam ettirdi. Riemann uzayı küresel kabul etti. Ona göre uzay bir bakıma sonsuzdu, çünkü hiç durmadan devamlı öne doğru yürümek mümkün oluyordu, diğer yandan bir kürenin etrafını dolaşmak mümkün olduğuna göre uzay sınırlı idi. Euclide'in iki noktadan bir doğru geçer şeklindeki I. aksiyomunu reddetti, Riemann geometrisinde bir üçgenin iç açıları toplamı 180 dereceden büyüktür ve bir doğruya dışındaki bir noktadan sıfır paralel çizilebilir. Soyut geometri artık Avrupa'da yayılmıştı, Klein 1871'de eliptik, hiperbolik ve parabolik geometrilerden bahsediyordu. Riemann fonksiyonlar teorisi ile yüzeyler teorisinin ilişkisi üzerindeki çalışmaları ile TOPOLOJİ denen matematik dalını başlatmış oluyordu. Gauss'un öğrencisi olan Riemann 33 yaşında Gauss'ın yerine Göttingen Üniversite'sine Profesör oldu. Riemann fizik eğitimi görmüştü ve matematik görüşlerinde fiziğin büyük etkisi oldu, örneğin 18. yüzyılda bulunmuş olan potansiyel teorisini matematiğe uyguladı. Riemann'ın buluşları "çift nokta" (double point) kavramı ile ilgili olduğundan önce kısaca bunu görelim. Elimizde bir F (x, y) fonksiyonu bulunsun. Bu

Bernhard Riemann

fonksiyonun bütün (n-1). türevleri bir P_1 (x_1; y_1) noktasında 0'a eşit olsun. O zaman bu eğrinin P_1 noktasında n tanjant'ı vardır, bu tanjantlardan iki veya daha fazlası çakışabilir ve daima çift sayıda tanjant sanal (imajiner) olabilir. Şimdi elimizde 2. dereceden bir F (x, y) fonksiyonu bulunsun (n = 2). Eğer bir P_1 noktasında bu fonksiyonun 1. dereceden bütün türevleri sıfır ise ve 2. dereceden türevlerinin hepsi 0 değilse bu eğrinin P_1 noktasında iki tanjant'ı olabilir, bu iki tanjantın eğimleri 2. dereceden diferansiyel bir denklemin kökleridir. Şimdi bu denklemin iki gerçek ve farklı kökü varsa iki farklı tanjant var demektir, işte bu duruma ÇİFT NOKTA denir. Tabii kökler gerçek ve aynı (tek tanjant) veya sanal (hayalî tanjant) da olabilir. Çift noktadan sonra şimdi de ÜNİVERSAL EĞRİLER'i görelim. Üniversal eğriler koordinatları bir parametrenin rasyonel fonksiyonu olarak ifade edilebilen eğrilerdir. Üniversal eğriler bir düzlem üzerinde bulunur ve n. dereceden bir üniversal eğri en fazla N = (n-1) (n-2)/2 sayıda çift noktaya sahip olabilir. Bu konuyu anlamak için gerekli son bilgi ABEL İNTEGRALLERİ'dir. Abel integralleri irrasyonel y fonksiyonu ile x arasındaki F (x, y) = 0 ilişkisine bağlıdır. Abel Abel entegralleri üzerindeki ünlü teoreminde her cebirsel denklemi karakteristik bir p sayısı ile birlikte düşündü, p = N-N' idi (N çift noktaların maximum sayısını ve N' mevcut sayısını göstermek üzere), Abel p'ye genus adını verdi. Üniversal eğriler genus'u sıfır olan eğrilerdir. Şimdi Riemann'ın keşfine gelelim. Riemann gösterdi ki y (x) fonksiyonu p sayıda değişken ihtiva eden p fonksiyon tarafından Üniform hale getirilebilir. (Üniform hale getirmek: uygun yardımcı değişken kullanarak bir eğrinin üzerindeki noktaların koordinatlarını tek değer alır hale



Üst Resim: Eğri uzay.
Alt Resim: Bir yıldız civarında eğri uzay.

getirmek). Riemann kendi adı ile anılan çok tabakalı yüzeyleri açıklarken tekrar bu konuya döndü. Riemann düzlemleri bir denklemin derecesine eşit sayıda üstüste düzlemlerdir. Bu düzlemler kritik noktaları belli bir tarzda birleştirmekle oluşan doğrularla birbirlerine bağlıdır. Bir düzlemden diğerine dallanma noktalarından geçilir de diyebiliriz. Bu çok bağlantılı yüzey enine kesitlerle tek bağlantılı yüzey haline getirilebilir. Aynı sınıftan olan eğriler aynı Riemann yüzeylerine maliktir. Eğrilerin aynı sınıftan olduğu şöyle tesbit edilir: A ve B gibi iki eğri olsun, A'nın üstündeki bir noktanın koordinatları B'nin üzerindeki bir noktanın koordinatlarının rasyonel fonksiyonu ise bu iki eğri aynı sınıftandır. Riemann'ın potansiyel teorisine dayanan çalışmaları da çok ilgi çekicidir, bu çalışmalar da Riemann yüzeyleri ile yakından ilgilidir. Riemann değişken için z = x + iy ve fonksiyon için f (z) = u + iv yazarak u (x, y) ve v (x, y) ise z noktasında

$$\frac{du}{dx} = \frac{dv}{dy} \qquad \frac{du}{dy} = -\frac{dv}{dx}$$

denklem çiftini (CAUCHY-RIEMANN DENKLEMLERİ) inceledi, buradan

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} = \Delta u = 0 \text{ (v için de doğrudur)}$$

sonucuna vardı, bu sonuncu ise potansiyel denklemidir. Potansiyel denkleminin aynı zamanda bir LAPLACE DENKLEMİ olduğu da açıkca bellidir. (Elimizde bir V (x, y, z) fonksiyonu olsun, bu fonksiyonun x, y, z'ye göre 2. dereceden kısmî türevini alıp topladığımızda sonuç 0'a eşitse ortada bir Laplace denklemi var demektir, Laplace denklemine uyan fonksiyonlara HARMONİK FONKSİYON'LAR denir. Yukarıda z = 0 olan bir Laplace denklemi söz konusudur. Laplace denklemi fizikte son derece yararlıdır, elektrik, manyetik, ısı vs bahislerinde geçmektedir). z ve f (z) diye gösterilen denklemler i ihtiva ediyordu, $i = \sqrt{-1}$ olduğu ve bu gibi sayılara sanal sayılar (kompleks sayılar) dendiği herhalde hatırlanacaktır. Riemann sanal sayılardan işe başladı ve harmonik fonksiyonlarla işi bitirdi, peki anlamı? Bu kadar zor varılan bu sonuç bu zorluğa değmiştir, böylece bir analitik fonksiyonun gerçek ve sanal kısımlarının x ve y'nin harmonik fonksiyonları olduğunu kanıtlamış olduk. Şimdi buradan tekrar Riemann yüzeylerine geçeceğiz. Bir an z'nin tek bir değerine karşılık f (z)'nin n değer aldığını düşünelim, işte burada n tabakalı Riemann yüzeylerine ihtiyaç olacaktır. Riemann'ın kendi yarattığı fonksiyonları kendi yarattığı düzlemlere oturtması insana Riemann'ın bir çeşit Zeus olduğunu düşündürtmüyor mu? Riemann'ın etkisi büyük oldu, Neumann, Gordan, Hankel, Clebsch, Betti, Casaroti, Brioschi ve Cremona onun çalışmalarını sürdürdü, Fransa'da C. Jordan yüzeylerin deformasyonu üzerine bir kitap yazdı. Ne yazık ki matematiğin Zeus'u ömrünün son dört yılında ağır bir hastalıkla düzlemlerden sarayında yatıyor ve hatırını soran fonksiyonları küresel soyut uzayına yolluyordu. Bertrand Russell matematiği şöyle tarif etmemiş miydi: "Mantıklı prensiplerden mantıklı prensiplerle yapılan bir tümdengelim". Riemann hayat denklemini çözerken sonunda ne bulacağını bilmiyor muydu?

VOKABÜLER:

Rasyonel sayılar	: Tam sayılar ve kesirler.
İrrasyonel sayılar	: Ölçülmesi mümkün olmayan nicelikleri temsil eden sayılar: log, sin, cos, tanjant, $\sqrt{2}$, π ...
Sanal sayılar	: $i = \sqrt{-1}$ ihtiva eden sayılar.
Congruence	: Eğer a sayısı b ve c sayılarının farkını bölerse b ve c a'ya göre kongrüent'tir, b c'nin ve c b'nin rezidü'südür, a ise modülo'dur, bütün bunlar şöyle ifade edilir: $-16 \equiv 9 \pmod 5$.
Asal sayı	: Yalnız kendisi ile ve birle bölünen sayılar: 5, 7, 13, 17...
Jeodezi	: Yer küresinin biçim ve boyutlarının ölçülmesi.
Poligon	: Çokgen (beşgen, altıgen...)
Düzenli poligon	: Kenarları birbirine eşit poligon.

(Sonu var)

• ***Psikoloji, 20. yüzyılın ikinci yarısında karşılaştığımız sosyal sorunlara verilecek cevabı bilen bilimdir.***

B. F. SKINNER

• ***Bir şeyi doğru olarak yapmak, onu niçin yanlış yaptığımızı açıklamada olduğundan daha az zaman alır.***

Henry WADSWORTH

• ***Bir tartışmada mutlaka son sözü söylemek istiyorsanız, "kanımca siz haklısınız." demeye çalışınız.***

Funny Funny WORLD

• ***Para artık başını almış gidiyorsa, orada enflasyon vardır.***

Orben's Current COMEDY