MATEMATİKSEL ÖNERMELERİN NİTELİĞİ VE MATEMATİĞİN BİLİMDEKİ YERİ

Dr. Cemal YILDIRIM *

> **Matematiksel ilkeler gerçek dünyaya ilişkin oldukları kadar kesinlikten uzak, kesin oldukları kadar gerçek dünyaya ilişkin değillerdir.**
>
> **Albert EINSTEIN**

Bilimlerde önermeler (ister betimleyici ister açıklayıcı nitelikte olsun) olgusal dünyaya ilişkindir: olup bitenler üzerinde bize bilgi verme amacı güderler. Denebilir ki, matematiksel önermeler de bilgi vermeye yöneliktir; şu kadar ki, bu bilgi olgusal dünyaya değil, sayı, küme, fonksiyon türünden birtakım soyut nesnelere ilişkindir. Hatta, Mill ve Mach gibi empirist filozofların daha da ileri giderek, matematik önermeleri bilimsel önermeler gibi olgusal içerikli saymakta olduğuna tanık olmaktayız. Öte yandan, bu önermeleri tam tersine olgusal içerikten yoksun, analitik ya da "totolojik" nitelikte sayanlar var. Kant "sentetik **a priori**" nitelemesiyle bu iki görüş arasında yer alır; matematik önermeleri geçerliği deneysel verilere bağlı olmayan olgusal içerikli doğrular sayar. Poincare'ye göre ise aritmetiğin temel kuralları, Kant'ın dediği gibi, sentetik **a priori**; geometrinin önermeleri ise düpedüz analitik niteliktedir. Frege'de ise, tam tersine, aritmetiğin temel kurallarını analitik, geometrinin önermelerini sentetik sayma eğilimi kendini göstermektedir. Görülüyor ki, matematiksel önermelerin niteliği üzerinde ne matematikçiler ne filozoflar arasında bir görüş birliği yoktur.

Tartışmalar günümüzde de bitmiş değildir. Karışıklığın bir nedeni matematiğin çok değişik tanımlamalara yatkın bir konu olmasıdır kuşkusuz. Ama bir nedeni de, bir ayırımın, uygulamalı matematikle soyut ya da kuramsal matematik arasındaki temel farkın gözden kaçırılmasıdır. Örneğin Euclid geometrisi, uzaysal ilişkileri dile getirdiği ölçüde uygulamalı matematiktir, önermelerinin doğruluk değeri ölçme sonuçlarını tutup tutmamasıyla belirlenir. Oysa bu geometriyi, yüzyılımızın başlarında David Hilbert'in ele aldığı biçimde "formel" bir sistem olarak gördüğümüzde, önermeleri olgusal içerikten yoksun, soyut ilişkileri dile getiren ve doğrulukları dayandıkları aksiyomlara göreceli, totolojik birer ifade bütünü olmaktan ileri geçemez. Mill gibi düşünürler matematik önermeleri iyi kanıtlanmış sentetik türden doğrular sayarken uygulamalı matematiği model almakta; bu önermeleri analitik türden ya da tanıma bağlı sözsel doğrular sayan Russell ve onu izliyen Ayer ve Kemeny gibi düşünürler ise matematiği mantığa indirgenebilen, totolojik bir dizge saymaktadırlar. Birincilere göre "5+3=8" önermesi, "dünya yuvarlaktır" türünden sentetik bir doğruluğu; ikincilere göre "yuvarlak nesneler yuvarlaktır" türünden, mantığın temel ilkesi özdeşliğe dayanan ve bu niteliği ile hiç bir olguya ters düşmesi söz konusu olmayan analitik bir doğruluğu dile getirmektedir.

Yuvarlak bir nesnenin yuvarlak olup olmadığın saptamak için gözlem ya da deneyime baş vurmaya gerek yoktur. Önermeyi anlayan kimse, onun doğru olduğunu da hemen bilir. Oysa "dünya yuvarlaktır" önermesi için aynı şeyi söyleyemeyiz. Dünya yuvarlak değil, başka bir biçimde de olabilirdi. Nitekim bir zamanlar dünyayı yuvarlak değil, düz sayıyordu insanlar. Bugün dünyanın yuvarlak olduğunu doğru sayıyorsak, bu, değişik yoklardan elde edilen tüm gözlem verilerine uygun düştüğü içindir; yoksa önermenin anlamına bağlı bir doğruluk söz konusu değildir burada. Analitik ve sentetik önermeler arasında yaptığımız bu ayırımı şematik olarak şöyle gösterebiliriz (Şema 1).

Bu basit ayırım kesin olmaktan uzaktır; ancak matematik ve mantık gibi biçimsel disiplinlerle olgusal bilimler arasındaki temel farka ışık tuttuğu için önemli sayılabilir. Buna göre, biçimsel disiplinler olgusal içerikten yoksun analitik (doğrulukları **a priori** bilinen) önermelerden, olgusal bilimler ise sentetik doğrulukları **a postericri** bilinen önermelerden oluşur.

* O. D. T. Ü. Bilim Felsefesi Profesörü.

İçerik Yönünden \ Doğruluğu Saptama Yönünden	Gözlem Öncesi (a priori)	Gözlem Sonrası a posteriori
Olgusal		Sentetik (Örnek: Dünya yuvarlaktır)
Boş	Analitik (Örnek: Yuvarlak nesneler yuvarlaktır)	

Şema - 1 :

Bu bizi matematikle bilimin ilişkisi sorununa getirmektedir.

Matematiğin bilim için yaşamsal önemini çağımızın seçkin fizikçilerinden R .B. Lindsay şöyle belirtiyor:

"İnsanoğlu çevresini tanıma konusundaki merakını yitirmediği sürece doğayı anlamaya çalışacak, yorumunu görünürde değişik olan olgular arasındaki ilişkileri betimlemeye dayadığı sürece matematiksel düşünmekten kendini alamıyacaktır. Bu gerçek, ilgilendiğimiz deneyimlerimiz ister ölçülebilir, ister ölçülemez türden olsun, değişmeyecektir. Bildiğimiz bir şey varsa, o da matematiksiz fiziğin hiç bir zaman anlaşılır olamıyacağıdır." (1).

Matematiğin bilimler, özellikle fiziksel bilimler için vazgeçilmezliği nereden kaynaklanmaktadır? Lindsay'ın deyimiyle matematiksiz fizik niçin anlaşılmaz bir konu olurdu? Yukarıda da değindiğimiz gibi bilim olgusal dünyaya ilişkindir; gözlemlerimizi betimleme, açıklama amacı güder. Ulaştığı sonuçlar olgusal içerikli önermelerde dile gelir .Oysa, matematik, olgusal dünyayı anlamaya yönelik bir çalışma değildir; bize dünyaya ilişkin bilgi vermez. Öyleyse ,matematiğin bilimler için olan yaşamsal önemini nasıl açıklayabiliriz?

Bu sorunun yanıtı matematiğin şu iki özelliğinde yatmaktadır: (1) matematik bir dildir, (2) Matematik bir çıkarım yöntemidir.

Matematiğin bir dil olarak bilimdeki önemini ilk kavrayan bilim adamı, modern fiziğin kurucusu Galileo olmuştur. Evreni, incelememize açık duran yüce bir kitaba benzeten Galileo şöyle demektedir :

"Evren matematiğin diliyle yazılmıştır; harfleri üçgen, çember ve öteki geometrik nesnelerdir. Bunları bilmedikçe onun bir sözcüğünü bile anlayamayız. Matematiğin dilini bilmeyen için evren, içinden çıkılmaz karanlık bir labirent gibidir."

Galileo'nun belki biraz da abartarak vurguladığı noktaya açıklık getirmesi bakımından şu örneği ele alalım: Kepler'in, fizik ders kitaplarında matematiğin diliyle bir denklem biçiminde yazılan, gezegenlerin devinimine ilişkin üçüncü yasası,

$$T^2 = K\,(R)^3$$

günlük dilde ancak şöyle bir tümceyle ifade edilebilmektedir:

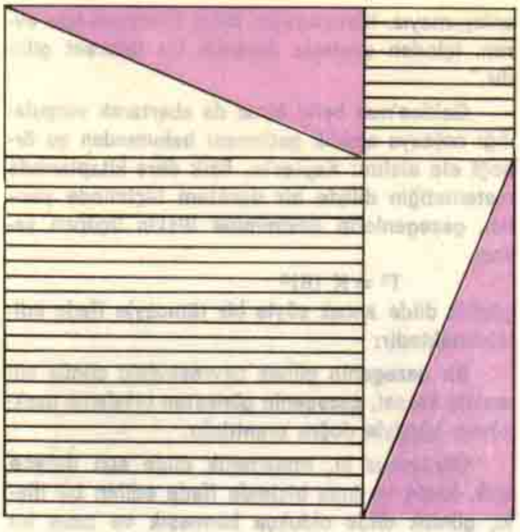
Bir gezegenin güneş çevresindeki dönüş süresinin karesi, gezegenin güneşten ortalama uzaklığının küpüyle doğru orantılıdır.

Görüyoruz ki, matematik dilde son derece açık, kesin ve kısa biçimde ifade edilen bir ilişki, günlük dilde oldukça karmaşık ve uzun bir tümce gerektirmektedir.

Dahası var: matematiğin, olgusal yorumlamaya açık, ama kendi dilinde birer formül olan kimi denklemlerin bilimlerde hazır ifade kalıpları olarak nedenli işe yaradığını bilmekteyiz. Örneğin şu formülünü ele alalım: $y = ax^2$. Formüldeki y ve x terimleri birer değişkendir; herhangi bir konuya ilişkin değer olabilirler. Nitekim formülün bir yorumuna fizikte rastlamaktayız. Cisimlerin serbest düşme yasası, $s = 1/2\ gt^2$, formülün belli bir olgusal ilişkiye uygulanmasını dile getirmektedir. Aynı formülü başka konular, örneğin ekonomide sunu ve istem ilişkisiyle yorumlama olanağı vardır. Ancak geçerli yorum, fizikten aldığımız örnekteki gibi, bizi doğru bir önermeye götüren yorumdur.

Matematiksel formüllerin kimi olgusal ilişkileri dile getirebilme güçlerini nasıl açıklayabiliriz? Pythagoras ve onu izliyen filozoflar için bu, evrenin matematiksel yapısının bir kanıtıdır. Olgusal dünyanın nicel olarak ölçülebilir (hatta belki de ölçülemez) büyüklükleri arasında birtakım "fonksiyonel" ilişkiler kurabildiğimiz doğrudur. Ne var ki, bu evrenin 'matematiksel yapısı" nı kanıtlamaktan çok, deneyimlerimizin değişik dillerde (bu arada matematiğin sağladığı çok etkin simgesel dilde) anlatıma everişli olduğunu gösterir. Doğada olup bitenlerin matematiksel formüllerin sağladığı kalıplarda dile gelme olanağı bulabilmesi, evrene gizemli ya da fizik- ötesi nitelikler yüklememiz için haklı bir neden vermez bize.

Matematiğin bir çıkarım yöntemi olarak önemine gelince, bunun çok iyi bir örneğine Newton'un bilimsel çalışmalarında rastlamaktayız. Bilindiği gibi bilimsel kuramların baş-



ta gelen işlevleri, ilişkin oldukları olguları açıklamak, henüz gözlenmemiş kimi olguları öndeyileyerek (kestirerek) gözlem alanımızı genişletmektir. Ne var ki, gerek açıklama, gerek öndeyi, kuramdan birtakım gözlenebilir sonuçların mantıksal olarak çıkarılmasıyla olanak kazanır. Newton hem oluşturduğu kuramın doğruluğunu sınama hem de Kepler ve Galieo gibi bilim adamlarının yasalarında dile gelen birtakım olgusal ilişkileri açıklamak için, gereksinme duyduğu etkili çıkarım aracını, bugün "diferansiyel ve integral hesapları" denilen güçlü matematik tekniği geliştirerek sağlamıştır. Aynı şekilde, Einstein'nın da özellikle genel görecelik kuramını doğrulayan gözlemlere ulaşması için değişik türden kimi matematik tekniklere baş vurmak zorunda kaldığını biliyoruz.

Matematiğin bilimde çok önemli olan bu çıkarım işlevini basit bir örnekle gösterebiliriz (2). Diyelim ki, elimizde hacmi, belli bir sıcaklıkta ve 4 atmosfer basınç altında 12 m^3 olan bir miktar gaz var. Boyle'ın gazlar yasasına göre $vp = c$ (yani hacim $\times$ basınç = sabit bir değer) dir. Bu yasayı kullanarak aynı sıcaklıkta, ama bu kez 6 atmosfer basınç altında tutulan gazın hacmini öndemek istersek, basit bir aritmetik işlem bizi hemen doğru sonuca götürmeye yetecektir. İlk durum $v = 12\ m^3$, $p = 4$ at. olduğuna göre,

$$12 \times 4 = 48$$

İkinci durum: $v = ?$, $p = 6$ at. olduğuna göre,

$$v \times 6 = 48$$
$$v = 48/6$$
$$v = 8\ m^3$$

Matematik de mantık gibi, varsayımlarımızda çoğu kez üstü örtülü olan sonuçları ortaya çıkarmanın etkin bir aracıdır. Örneğimizde v'nin değerinin 8 olduğu, $c = 48$, $p = 6$ olarak verilen değerlerle $vp = c$ ilişkisine dayanılarak çıkarılmıştır. Kullandığımız aritmetik işlem, verilen değerlerle Boyle yasasında saklı olan sonucu belirtik hale getirmiştir.

Çağımızın ünlü bilim felsefecisi Reichenbach'ın matematiksel düşünme yönteminin bilimdeki yerine ilişkin şu sözleri üzerinde önemle durulmaya değer:

Matematiksel yöntem modern fiziğe gelecekteki olguları kestirmek gücü vermiştir. Olgusal bilimlerden söz eden herkes, unutmamalıdır ki, gözlem ve deney ancak matematiksel dedüksiyonla birleşmek yolundan modern bilimi kurabilmiştir. Newton fiziği, ondan iki kuşak önce Francis Bacon'ın betimlediği indüktif bilimden çok farklıdır. Bacon'un yaptığı gibi sadece gözlemsel olguları toplayıp sınıflamak hiç bir zaman bir bilgine evrensel çekim yasası gibi teorik bir ilkeye ulaşma olanağı vermezli. Gözlemle birleşen metematiksel çıkarım modern bilimin başarısını sağlayan biricik araç olmuştur (3).

Kuşkusuz matematiksiz ne bilim ne teknolojinin günümüzdeki ileri düzeye erişmelerine olanak vardı, ne de günlük yaşamın karmaşık sosyal ve ekonomik ilişkilerini sürdürmeye olanak bulabilirdik. Ama matematiğe salt yarar açısından bakmak da doğru değildir. Pek çok matematikçi için uğraşlarının asıl değeri sağladığı pratik yararda değil, verdiği entellektüel doyumda, yarattığı estetik duygudadır. Onların gözünde iyi oluşturulan bir matematik kuramı bir sanat yapıtından farksızdır, o ölçüde güzel ve etkileyici olabilir.

Gerçekten, matematiğin ilk çağlarda günümüze değin süren başdöndürücü gelişmesinde iş yaşamı, teknoloji ve bilim kadar, hatta belki de bu tür dış etkenlerden daha çok, kendi iç yapısındaki simetri ve güzelliğin, insan zekâsını kamçılayıcı bulma yaratma olanaklarının rolü vardır.

Matematiği sağladığı yarar dışında düşünmek güç; ama Gauss, Galois, Abel, Riemann, Poincare ve Hardy gibi büyük matematikçilerin çalışmalarına baktığımızda, onları harekete geçiren itici gücün uğraşlarının salt entellektüel niteliğinden kaynaklandığını görürüz.

KAYNAKLAR

1 — R. B. Lindsay, "On the Relation of Mathematics and Physics" Scientific Monthly Vol. 59 S. 456 - 460, 1949

2 — C. G. Hempel, "On the Nature of Mathematical Truth" American Mathematical Monthly, Vol. 2. 1945.

3 — H. Reichenbach, The Rise of Scientific Philosophy, s. 103, (Bu kitap dilimize "Bilimsel Felsefenin Doğuşu" adıyla çevrilmiştir.)