

# MATRİS CEBİRİ

**B**ilimi ileri götüren şeylerin başında AMOR INTELLECTUALIS gelmektedir. Spinoza'nın amor intellectualis'i bir gerçeği öğrenmekten mutluluk duyulması anlamına gelir. Özellikle matematiğe bir problemi anlamanın ve çözmenin insana maddî şeylerin veremeyeceği bir zevk verdiği mutlak. Bu bakımdan Bilim - Teknik'de okurlarımıza zaman zaman matematiği kolaylaştırarak anlatmak istiyoruz. Matris cebir çok zevkli bir konudur ve pek zor da değildir. Burada detaylara girmeden matris'in ne olduğunu ve çok bilinmeyenli denklemlerin matris yolu ile nasıl çözülebileceğini göreceğiz.

**Tarif 1.** Bir dikdörtgen yapacak şekilde sıralanmış sayıların hepsi birden bir matris meydana getirir. Aşağıda bir matris görülüyor:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 12 & 9 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 17 & 6 \end{bmatrix}$$

Bir matris'de yatay dizilmiş sayılara SIRA, dikey dizilmiş olanlara KOLON adı verilir. (1, 8, 12, 9 birinci sırayı; 3, 5, 0, 1 ikinci sırayı ... 1, 3, 2 birinci kolonu; 8, 5, 4 ikinci kolonu ... oluşturur). Sıra sayısı ile kolon sayısı aynı olan matrislere KARE MATRİS denir:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 13 & 8 \end{bmatrix}$$

**Tarif 2.** Her matris'in DETERMINANT denen sayısal bir değeri vardır. Determinant şöyle bulunur: (matris A, determinant D ile veya |A| ile gösterilir)

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad D = ad - bc$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$|A| = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Yukarıki formül şöyle hatırlanabilir: sol üst köşeye  $a_{11}$  yazdıktan sonra a sağa doğru birer,

aşağı doğru onar atlanarak numaralandırılır: birinci sıra: 11, 12, 13, birinci kolon 11, 21, 31 ... Formül yazılırken sırasıyla  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{13}$  alınmış ve her keresinde alınan a'nın içinde bulunduğu sıra ve kolon yok farzedilerek kalan dört a iki çizgi arasına yazılmıştır. Örneğin 21 alınınca aynı sırada bulunan 22 ve 23, aynı kolonda bulunan 11 ve 31 yok sayılmış, geri kalan 12, 13, 32, 33 iki çizgi arasına yazılmıştır. Formüldeki tek eksi ortadadır.

Yukarıki iki formülü uygulayarak D'yi hesaplayalım:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \quad D = 1 \times 9 - 2 \times 4 = 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 1 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \\ = 1 \times (4 \times 0 - 1 \times 5) - 2 \times (3 \times 0 - 1 \times 0) + 0 \times (3 \times 5 - 4 \times 0) = -5$$

Üç bilinmeyenli denklemin matris ile çözülmesi:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 3x + 2y = 7 \\ 4x + z = 7 \end{cases}$$

Önce, x, y ve z'nin katsayılarını sırayla aralar matris'i yazalım:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad |A| = 2 - 3 - 8 = -9$$

Bundan sonra eşitin sağındaki sayılardan 6 oluşan 7 kolonu x için 1, y için 2. ve z için 3. kolon olarak matrise girecek ve her keresinde bulunan değerler Determinant'a bölünerek x, y, z bulunacaktır.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad |A| = -9 \quad x = -9 / -9 = 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \\ 4 & 7 & 1 \end{bmatrix} \quad |A| = -9 \quad y = -18 / -9 = 2$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 3 & 2 & 7 \\ 4 & 0 & 7 \end{bmatrix} = -27 \quad z = -27 / -9 = 3$$

Sonuç:  $x = 1 \quad y = 2 \quad z = 3$

Matris hesaplarını hızlandıran bir kolaylığı da hatırlatalım. Bir kolonun (saturan)  $n$  katı bir diğer kolona (sarıya) eklenirse  $D$ 'nin değeri değişmez. Bundan yararlanıp matrisin birçok terimi 0 haline getirilir, bu da hesabı çok kolaylaştırır.

Örnek:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

2. kolonu  $-2$  ile çarpıp  
1. kolona ekleyelim:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad D = -2$$

Gelecek sayıda matris cebir hakkında daha geniş bilgi vereceğiz.

#### KAYNAKLAR:

- (1) Modern Yüksek Matematik, Sedat Akalın, 1973, İzmir.
- (2) Differential and Integral Calculus, N. Piskunov, 1974 Moskova.

Dr. Selçuk ALSAN

## TÜRKÇE'DE HECE YAPISI

Özgür SAVAŞCI

**T**arihsel diğer adıyla diyakronik dilbilim, dillerin nasıl ve neden değiştiklerini inceler. Senkronik dilbilim (1) ise dilin yapısı ve işlevi hakkında genel bir kuram vermeğe çalışır. Dilbilimin bu iki dalından senkronik dilbilim tarihsel dilbilimden önce gelir. Senkronik dilbilim tarihsel dilbilimin ön-koşuludur. (Prof. Theo Vennemann, Tarihsel Dilbilim, Münih Üniversitesi Yaz Dönemi Dersleri, 20.5.1976).

Dil bir dizge, hem de karmaşık yapıları bir dizgedir. Bu dizgenin kendine özgü işlevi kuralları vardır. Dil, aynı zamanda devingen bir dizge olduğu için sürekli değişir. Dildeki bu değişmelerin nedenlerini, dizge olarak dilin işlevi kurallarını ortaya çıkartabildiğimiz sürece gösterebiliriz.

Her dilin olduğu gibi Türk dilinin ne kendine özgü ilkeleri (prensipleri) vardır. Örneğin Türkçe'de  $b$ ,  $d$ ,  $g$  ünsüzleri sözcük sonunda ötümsüzleşirler, yani  $p$ ,  $t$ ,  $k$  olurlar. Başka bir örnek: Türkçe'de sözcük başında iki ünsüz birden bulunmaz. Dilimize yabancı dillerden girmiş böylesi sözcüklerin ya en başına, ya da bu iki ünsüzün arasına bir ünlü gelir. (Slav sözcüğünün Slav olması, prensip sözcüğünün "pirensip" okunması).

Örnekler daha da çoğaltılabilir, biz bu yazımızla Türkçe'nin dizgesel özelliklerini sıralamayı değil, dilimizdeki değişmelere neden gösterebilmek, onları anlayabilmek için hece yapısını incelemeyi amaçlıyoruz. Bu arada bütün dünya dilleri için geçerli olan hece yapısına ilişkin bazı ortak özelliklere de değinmek istiyoruz.

Terim olarak hece (syllable, Silbe) için verilen tanımlar aşağı yukarı aynıdır. Bir soluk itişle çıkan tek ya da birleşik sese hece adını veriyoruz (2). Herhangi tek bir sesin ya da ses birliğinin hece olabilmesi için o tek bir sesin mutlaka bir ünlü olması ya da o ses birliğinde bir ünlünün bulunması gerekir. Bir hece yerine göre sesbirim (fonem), biçimbirim (morfem), sözcük, yerine göre de tümce bile olabilir. Bunlara sırasıyla şunları örnek gösterebiliriz:  $a$  (sesbirim),  $bende$  (biçimbirim),  $sen$  (sözcük, aynı zamanda bir soruya verilen yanıt olarak tek başına bulunabilirse tümce).

#### Hece Türleri

Dilimizde 6 türlü hece vardır (bkz. Gencan: S.: 36).  $a$ ,  $bu$ ,  $ak$ ,  $taş$ ,  $üst$ ,  $Türk$  gibi. Heceler ünlüyle bitip bitmemelerine göre açık ya da kapalı hece olarak adlandırılırlar. Biz hecelerin ünlüden oluşan kısımlarına HECE CÖVDESİ adını veriyor ve bunları yapısal olarak şöyle inceliyoruz:

Hece Cövdesi	Hece Başı	Hece Sonu
1. $\emptyset$	$a$	$\emptyset$
2. $b$	$u$	$\emptyset$
3. $\emptyset$	$a$	$k$
4. $t$	$a$	$\emptyset$
5. $\emptyset$	$ü$	$st$
6. $T$	$ü$	$rk$

Geleneksel tanıma göre 1 ve 2 numaralı heceler açık, diğer dördü ise kapalıdır. Ancak