MATAMATİKSEL DÜŞÜNME: NİTELİĞİ VE KAYNAĞI

Dr. Cemal YILDIRIM *

"Matematiğin üstün kesinliği bir derece sorunudur, sadece ve var olduğu kadarıyla, matematiksel bilginin tümüylü sözsel olmasından ileri gelir." Bertrand RUSSELL

Pek çoğumuz için matematik bir yandan soyut, anlaşılması güç, hatta belki de gizemli bir konudur. Öte yandan açıklığın, kesinliğin ve yanılmazlığın ölçütünü matematikte bulanların sayısı az değildir. İster istemez aklımıza şu soru gelmektedir: Matematik, çoğunluk sandığımız gibi doğruluğu söz götürmez, yetkin bir bilim midir? Yoksa, doğruluğu bir yana uğraş konusu bile belli olmayan, satranç türünden bir oyun, ya da gizemli bir bilmece midir. Kısacası, Matematik nedir

Bu soruya yanıt ararken, ince bir alayı da içinde taşıyan ünlü öyküye hatırlamada yarar var: Bir matematikçi ile bir filozof tartışıyorlarmış. Matematikçi felsefenin "laf ebeliği" nden başka bir şey olmadığın, filozof da matematiğin birtakım simgeler ile kurallardan oluşan bir oyun olmaktan ileri gitmediğini söyler. Derken araya giren sağduyulu vatandaş, kavgaya gerek yok demiş: Felfese dediğin her şey hakkında hiç bir sey bilmemektir; matematik ise, hiç bir şey hakkında her şeyi bilmektir.

Bu nitelemenin pek de yabana atılır türden olmadığını Bertrand Russell'ın şu sözleri göstermektedir: "Matematik ne konuştuğumuz şeyin ne olduğunu, ne de söylediklerimizin doğru olup olmadığını bilmediğimiz bir bilimdir." (1).

Sorumuza dönelim: Matematik nedir, gerçekten?

Bu soruya sayısız yanıtlar verilmiştir. Matematiği kendine özgü konu ve yöntemiyle bir bilim sayanlar var; matematikçilerin gözünde "bilimlerin kraliçesi". Kimi bilim adamlarının gözünde ise "bilimlerin hizmetçisi" bir bilim. Matematiği Lir bilim değil, bir dil, belli kural ve simgelerden oluşan yalın bir anlatım dizgesi; yada düpedüz bir yöntem, biçimsel ilişkiler üzerinde yürüyen mantıksal bir çıkarım, bir dönüştürme aracı sayanlar da var. Bertrand Russell matematiği

P doğru ise Q doğrudur.

biçimini alan tüm önermelerin bir kümesi diye tanımlanmıştır. Bu demektir ki, matematik gerçekte, simgesel mantıkla özdeş, doğruluğu geçerli çıkarmalarda arayan biçimsel bir disiplindir.

Ne var ki, matematiğin ne olduğu sorusuna birtakım tanımları sıralayarak açıklık getirmeğe olanak yoktur. Bir kez tanımların çoğu birbirleriyle bağdaşır nitelikte değildir. Sonra her tanım belli bir görüşün ürünüdür, değişik bir bakış açısını yansıtır. O görüş, o bakış açısı bilinmedikçe, ona dayalı tanımın doğru yorumlanmasını bekleyemeyiz. Bu nedenle soruna yaklaşımımız tanımların ötesinde bir araştırmayı, mantıksal bir irdelemeyi gerektirmektedir. Matematik hiç değilse görünürde, olguları betimlemeye ve açıklamaya yönelik bir inceleme alanı olmadığına göre, neyi konu almaktadır, yöntemi nedir? Matematiğe özgü kesinliğin kaynağı nedir? Uzun süre dendiği gibi, konusu sayılar ya da sayısal ilişkilerdir, demek olmuyor; çünkü topoloji, projektif geometri, kümeler teorisi gibi sayıları içermeyen matematiksel çalışmalar da vardır. Öte yandan mantık gibi matematiği tümüyle biçimsel saymak da yetmiyor; çünkü sayı, küme, fonksiyon türünden birtakım soyut nesneleri konu aldığı ileri sürülerek matematiğin içerikten yoksun olmadığı, dolayısıyle bir tür bilgi sağladığı söylenebilir .

Aynı şekilde, sorunu yöntem yönünden de kesip atmaya olanak yoktur. Matematiksel düşünmeyi salt dedüktif akıl yürütme sayabilir miyiz? Yoksa, önde gelen kimi matematikçilerin savunduğu üzere matematikte, öteki bilim dallarında olduğu gibi, bir tür indüktif düşünmenin yeri var mıdır? Özellikle, matematiksel buluşların sezgi ya da yaratıcı imgeleme yer vermeyen yalın bir çıkarım işi olduğu nasıl söylenebilir?

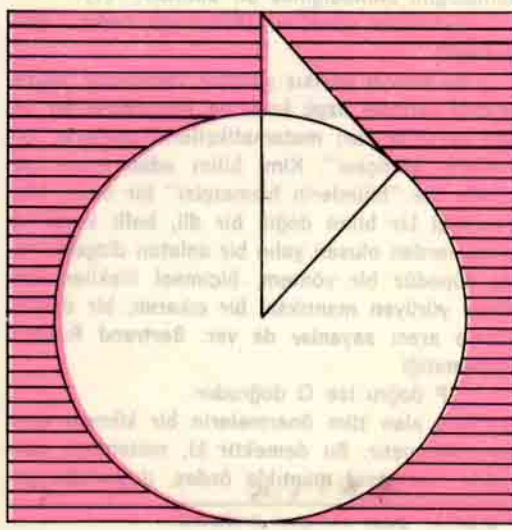
* *O.D.T.Ü. Bilim Felsefesi Profesörü*

Bu soruları ele almadan önce matematiğin başlangıç dönemine kısaca değinmekte yarar vardır.

Matematik tüm soyut görünümüne karşın, bir insan uğraşıdır. Bu niteliği ile yaşam zorunluklarından kaynaklandığı ileri sürülebilir. Nitekim sayma dışındaki hesaplamaların ilk belirdiği eski uygarlıklara baktığımızda bu savın geçerliğini kolayca görmekteyiz. 'Geometri" sözü "yer ölçümü" anlamına gelir. Nil nehrinin taşmalarından sonra ekin alanlarının yeniden belirlenmesi ihtiyacından doğmuştur. Aynı şekilde Babilliler de, nehir taşmalarını önleme, sulama, bataklık kurutmada, özellikle kendilerine ün sağlayan görkemli yapı ve tapınakları gerçekleştirmede geometriye, ticaret etkinliklerini yürütmede aritmetik işlemlere başvurmak zorunda idiler. Tarımsal etkinlikler kullanışlı bir takvimin geliştirilmesine, mal takası belli ölçülerin birim olarak kulanılmasına yol açmıştır. Gerçi ölçme ve basit hesaplamalara dayanan bu ilk gelişmeler pratik nitelikte idi; ama zamanla bu bilgilerin pratik bağlamlar dışında ele alınması, öğretilmesi, bir ölçüde genel ve soyut bir karakter kazanması kaçınılmazdı. Nitekim hem Babil'de hem de Mısır'da matematiğin ihtiyaçları çok aşan bir düzeye ulaştığını biliyoruz. Bununla birlikte Grek uygarlığı öncesi dönemdeki matematiğin belirgin özelliği empirik nitelikte olması idi. Ulaşılan sonuçlar çoğunlukla deneme ve yanılma yönteminin ürünü olmaktan ileri geçmiyor, genellemeler indüktif akıl yürütmeye dayanıyordu. Matematiğe bilimsel nitelik veren ispat kavramının, dolayısiyle dedüktif çıkarım düşüncesinin ortaya çıkması Grek uygarlığını bekler.

Grek matematiğinin Mısır ve Babil kaynaklarından etkilendiği bilinmekle birlikte* bunun ölçüsü ve kapsamı tam belirlenmiş değildir. Ancak kolayca yansınamıyacak bir nokta şu ki, Grek'ler, kendilerinden önceki gelişmelere borçları ne olursa olsun, matematiğe, empirik aritmetik ve yer ölçümü ötesinde, yepyeni bir nitelik kazandırmışlardır. Deyim yerinde ise, matematik Grek'lerin elinde bir dönüşüme uğramış, empirik deneyimlere dayalı işlem ve kuralların ötesinde, tümüyle rasyonel düşünme ve ispata dayalı bir disiplin kimliği kazanmıştır.

Matematik İ.Ö. 600 dolaylarında ortaya çıkan ,sonraki 300 yıl boyunca işlenerek mantıksal yetkinliğe ulaşan bu dönüşümün doyurucu bir açıklamasına rastlamamaktayız. Kimisi buna "Grek mucizesi" diyerek işin içinden çıkmak istemiş, kimisi de doğanın gizemlerini akılcı yoldan çözmeye yönelik Grek kafasının özelliği demiştir. Akla daha yakın başka bir açıklama, o dönemde Grek doğa felsefesinin eriştiği tartışma düzeyine dikkati çekmektedir: Doğayı birtakım temel ilkelere indirgeyerek açıklamaya yönelik bu felsefe spekülatif nitelikte idi, ama sorumsuz değildi: oluşturduğu soyut kavram ve varsayımları zorunlu sonuçlarına giderek temellendirme çabasını içeriyordu. Öte yandan Sokrates ve özellikle Sofistlerin elinde gelişen diyalektik de bir tür ispatlama yöntemi idi. Bu ortamda gözlemsel kanıtlama yerine matematiğin özünü oluşturan akıl yürütmeye dayalı ispat yönteminin egemen olması doğaldı. Nitekim Thales'den başlayarak doğruluğu empirik ölçmelerle bilinen kimi geometrik önermelerin ispatlandığını, geometrinin giderek mantıksal bir yapı kazandığını, sonunda Euclid'in ünlü yapıtı **Elementler**'de aksiyometik bir kimlikle ortaya çıktığını görmekteyiz. Euclid'den bir kuşak önce Aristoteles bu gelişmeyi şöyle açıklıyordu: "Öğretilen ya da edinilen tüm bilgiler daha önce var olan bilgilere dayanır. Gözlemlerimiz bunun, başta matematik olmak üzere tüm bilimlerde



(*) Proclus'a göre geometrinin Grek dünyasına girişi antik dünyasının "yedi akıllı adam"ndan biri olan Milet'li Tales'in bir süre Mısır'da dolaştıktan sonra ülkesine dönmesiyle olur. Thales'in ispatladığı teoremler arasında özellikle şunlar sayılır: (1) İkizkenar bir üçgenin taban açıları eşittir. (2) Yarım daire içine çizilmiş bir açı dik açıdır. (Bu önermeyi Babil'ler Thales'den 1400 yıl önce, yani İ.Ö. 2000 yıllarında bilmekteydiler) (3) Daireyi herhangi bir çapı ikiye böler. (4) Birbiriyle kesişen iki doğrunun oluşturduğu ters açılar eşittir. Pitagoras'ın da bir süre Mısır ve Babil'de kaldığı bilinmektedir.

böyle olduğunu göstermektedir. İspatlayıcı bilimin, doğruluğu apaçık ilkelerden, yani onlara dayanarak ulaşacağımız sonuçlardan daha iyi bilinen ilkelerden kalkması bilgi kavramının bize yüklediği bir zorunluktur." (2). Aristoteles, doğruluğu apaçık ilkeleri yok sayarak ispatı olanaksız sayan empirisist filozofların polemiklerine karşı çıktığı gibi, Eleatik göreceliği benimsemiş eleştiricilere de karşı çıkar. Bu sonuncular öncül olarak kullanılan ilkelerin varlığını yadsımakla birlikte, bunların sonuçlarını, göreceli sayarak, matematiği döngül bir çıkmaza itme girişiminde idiler. Aristoteles için öncülde yer alan ilkeler **ispatlanamaz** nitelikte doğrulardır. Onun şu sözlerinde Euclid'i öncelediğini görmekteyiz. "İspatlayıcı her bilim, ispatlanamayan ilkelerden kalkmak zorundadır; yoksa ispat zinciri sonsuza dek uzar. İspatlanamayan bu ilkelerden bir bölümü tüm bilimler için ortak (Euclid bunlara daha sonra "Aksiyon" der,) öteki bir bölümü ise her bilime göre değişen, konuya özgü, (Euclid bunlara "Postulat" der) ilkelerdir.

Matematiğin belli bir dönemdeki gelişmesi üzerinde verdiğimiz bu kısa açıklama konuya bir ölçüde ışık tutmaktadır: Empirik bir bilgi olarak başlayan matematiğin belli bir aşamada ispat kavramını oluşturarak teorik bir kimlik kazandığını görmekteyiz. Ne var ki, bu oluşumu tümüyle matematiğe özgü saymak yanlıştır. Başta fizik olmak üzere kimi doğa bilimlerinin de benzer bir çizgi izleyerek giderek teorik düzeyde dedüktif bir yapı oluşturdukları, ya da bu amaca yöneldikleri gözden kaçmamaktadır. Tarihsel gelisimlerindeki bu benzerliğe karşın, matematiksel disiplinlerle doğa bilimlerini bir tutmaya olanak var mıdır? Hatta matematiğe, sözcüğün dar anlamıyla "bilim" diyebilir miyiz?

Bilimsel bir araştırma alanını, teoloji, metafizik türden düşünce dizgelerinden ayıran başlıca özelliği, yeterli kanıt göstermeden hiç bir önerme, sav ya da yargıyı doğru saymamasıdır. Bilindiği gibi fizik, biyoloji ve davranış bilimlerinde kanıtı gözlem ya da deney sonuçları sağlar; bu alanlardaki teorilerin doğruluğu, o teorilerin içerdiği öndeyi (kestirim) niteliğindeki birtakım sonuçların gözlem ya da deney verilerine uygun düşmesiyle belirlenir. Olguların doğrulamadığı bir teori ya da hipotez, akla ne denli yakın görünürse görünsün, geçerliğini koruyamaz; yerini er geç başka bir teoriye bırakmak zorundadır. Bilimlerde ilerlemenin, giderek daha kapsamlı ve doyurucu açıklamalara ulaşmanın düzeneği işte bu teori-olgu ilişkisinde yatmaktadır. Matematik için de aynı şeyi söyleyebilir miyiz?

KUTUPTAKİ HALKA

Kuzey Fecri'nin ilk resmi, Kuzey Kutbu'nun 14.000 mil yukarısından NASA'nın Dynamics Explorer uydusu tarafından çekildi. Resmin sol üstünde yer yüzünün güneş ışığı alan bölümü görülüyor. Sağ alttaki karanlık bölümde ise, Dünyanın manyetik kutbu üzerinde, kuzey ışıkları ile çevrelenmiş bir halka görülüyor. Halkanın alt kısmındaki açık renk, güçlü fecir olaylarını belirliyor. Fecir olayları, Güneşten, dünya manyetik alanı çizgilerini izleyerek gelen ve kutup üzerinde birbirlerine yaklaşarak bir bant oluşturan elektron akıntılarından kaynaklanır. Moleküller, atmosfer içinde dökülürken donuk, kırmızı bir renk oluşturarak parıldarlar.

Örneğin olgusal verilere ters düşen bir teoremi yanlış sayabilir miyiz? Daha genel bir soruyla, matematiksel önermelerin doğruluk ölçütü nedir?

Bu soru bizi matematiksel düşünmenin yapı ve yöntemini irdelemeye, bu arada bilimlerle ilişkisini açıklamaya götürmektedir. Gelecek yazımızda bunu yapmaya çalışırken özellikle şu iki nokta üzerinde duracağız: (1) Matematiksel önermelerin niteliği, (2) Matematiğin bilimdeki yeri.

1 — B. Russell, **Mysticism and Logic**, s. 75

2 — Bkz. Enriques, F., **The Historic Development of Logic**, s. 15.