EULER'DEN SEÇMELER

Şöhret sahibi olmak arzusu insan doğasının bir parçası olsa gerek. Ülkemiz medyasının son zamanlarda halkımıza sunduğu, neredeyse her deneyen için hüsranla sonuçlanan, buna rağmen pek çok gencimizin tatmak için can attığı bir kavram şöhret olmak! Günümüz koşullarında, peşinde gazeteci ordusuyla dolaşmak, sürekli gündem yaratmak ya da reklam gibi anahtar sözcükleri akla getiren bu kavram bilim dünyasında çok daha farklı ve hatta anlamlı şeyler çağrıştırıyor. Şöhretin TDK tarafından 'herkesçe bilinme, tanınma durumu' şeklindeki tanımının yanı sıra, 'hiç beklenmedik bir şekilde gelmesi' özelliği de, şüphesiz iyi veya kötü her türlü şöhretin buluştuğu önemli iki ortak nokta.

Sahip olduğumuz binlerce yıllık bir matematik literatürü ve onu bu noktaya getiren belki de yüz binlerce matematikçi var. Kimi matematikçiler daha ön planda, kimileri sadece tarihin tozlu sayfalarında sıkışıp kalmaktan öteye gidememiş, kimilerininse adını kimseler duymamış. Ünlü matematikçiler listesine şöyle bir göz gezdirirsek onları bu denli ünlü yapanın ne olduğuna dair fikirler yürütebiliriz. Örneğin çözülmesi en aşağı 200 yıl alan bir sorduysanız sadece matematik dünyasında değil genel bilime ilgisi olan pek çok kişi tarafından tanınır bir hale gelirsiniz. Hele Goldbach, Fermat, Riemann örneklerindeki gibi problem kendi adınızla anılıyorsa ününüz tüm dünyada duyulur. İlk bakışta sadece soru sorarak büyük bir şöhrete kavuşmak basit bir yolmuş gibi görünse de öyle değil. Çünkü matematikte doğru soruyu sormak bazen o soruyu doğru cevaplamaktan daha önemli ve zordur.

Matematikçileri tanınmış yapan diğer bir yol ise mümkün olduğu kadar çok alanda ve kaliteli üretimler yapılarak elde edilmiş olandır. Bir insan bir bilime en fazla ne kadar katkıda bulunabilir? Aklı ermeye başladığı zamandan ölümüne kadar aralıksız ve yoğun bir şekilde çalışmakla mı yoksa onu diğer insanlardan ayıran bir zekaya sahip olması, bu kadar çok çalışmadan da kayda değer katkılarda bulunması için yeterli midir? Eğer birinci fikri savunursak genç yaşta ölen ünlü matematikçilere haksızlık etmiş oluruz. Çünkü 21 yaşında ölen Fransız matematikçi Galois cebirde, ancak ölmeden bir gece önce kağıda dökme fırsatı bulduğu, kendi adıyla anılan kapsamlı bir kuram yazdı. Öte yandan bu iki düşüncenin birleştiği uzun bir ömür boyunca duraksız ve severek çalışan, zeki ve yetenekli bir matematikçinin neler yapabileceğini düşünün. Mevcut matematik literatürünün hemen her alanında çalışıp, deyimi yerindeyse kendinden sonra gelen matematikçilere bulması için çok az şey bırakan Leonhard Euler'den bahsediyoruz. Adını duymamış olmanız için onun gibi hiç matematik eğitimi vermeyen bir okuldan mezun olmuş olmanız gerekiyor. Duymayanlar için belirtelim Euler sadece matematikte değil fizik alanında da çalışmış 77 yıllık ömrünü bilime adamış İsviçreli matematikçidir.

Çocukluğu

Ünlü dahiler hakkında merak ettiğimiz konulardan birisi nasıl bir çocuk oldukları. Ebeveynler kendi çocuklarının bir dahi olup olmadığını anlamak için bu bilginin faydalı olacağını düşünürler. Ünlü bilim adamları listesi derslerde olağanüstü başarılar sergileyen

çocuklarla dolu olsa da, çok başarısız okul hayatı olan çocuklar da yok değil. Elektrik ampulünü icadıyla üne kavuşan Thomas Edison okul müdürünün koyduğu 'zekası yavaş gelişen çocuk' teşhisi sonucunda okuldan çıkarılmış. Resmi olarak sadece 3 ay okula giden Edison'un annesinin öğretmen olması onun okuma yazma öğrenmesini ve böylece kendisini geliştirip elektrik üzerine çalışmalar yapmasını sağlamıştır. Sonrasını biliyorsunuz; sayesinde aydınlanıyoruz.

Leonhard Euler 1707'de doğduğu İsviçre'nin Basel şehrinde neredeyse hiç matematik eğitimi almadığı küçük bir okula gitti. Babasının verdiği özel dersler onun matematiğe olan ilgi ve yeteneğini fark edip kendisini bu alanında yetiştirmesine yetti. Oldukça genç bir yaşta, 14 yaşında, Basel Üniversitesinde eğitimine başlayan Euler 16 yaşında felsefe ihtisasını tamamladı ve babasının uzmanlık alanı olan teoloji (tanrı bilim) bölümünde çalışmalarını devam ettirdi. Ama ne asıl gönül verdiği matematik Euler'in peşini bıraktı ne de o matematikten kopabildi. Babasının da iznini alarak papazlık eğitimini yarıda bıraktı ve matematik bölümündeki çalışmalarını 19 yaşında tamamladı. O günden sonra koşullar ne kadar kötü olursa olsun matematik çalışmayı asla bırakmadı.

Koşullar Ne Kadar Kötü Olabilir?

Dahileri belli kalıplara sokamadığımızdan olsa gerek onları mantık yoluyla anlamaya çalışmak bazen imkansız oluyor doğrusu. Bir müzisyenin sağır olduktan sonra müzik hayatının sona ermesini beklemek akla gelebilecek ilk şey değil midir? Beethoven, ünlü Alman besteci ve müzisyen, 30 yaşında sağırlığının gittikçe artacağı, 32 yaşında da bu durumun kalıcı olacağının haberini aldı ve 45 yaşında tamamen sağır oldu. Meşhur 9. Senfonisini ve daha birçok eseri bu halde besteledi. Hayret verici bu durumun benzerinin bir matematikçinin başına geldiğini düşünün. Bir kağıt ve bir kaleminiz varsa istediğiniz gibi matematik yapabilirsiniz, ne bir düzeneğe ihtiyacınız olur ne de pahalı makinelere, laboratuarlara. Bir matematikçi için sağırlık da nispeten ağır koşullar yaratmaz. Ama matematikçi görme yeteneğini kaybederse işte o zaman 'ne kağıdın anlamı kalır ne de kalemin'...diye düşünmeyin! Euler sağ gözündeki görüşünü kendi deyimiyle aşırı çalışması nedeniyle 31 yaşında tamamen kaybetti. Bu yarı karanlık durum Euler'in çalışmalarını zerre kadar etkilemedi hatta 'Artık dikkatimi dağıtacak daha az şey olacak' diyerek durumu olgunlukla karşıladığını ifade etti. Sol gözünü de 59 yaşında katarak sebebiyle kaybeden ve tamamiyle karanlığa gömülen Euler bundan sonraki çalışmalarına bir sekreter yardımıyla devam etmiştir. Yanlış anlaşılmasın sekretere, söylediklerini yazması için ihtiyaç duyuyordu, matematik üretmek için değil. Ayrıca kendisinin, verimliliğinden bir şey kaybetmediğini de belirtmekte fayda var. 77 yaşında hayata veda eden Euler'in en verimli yılları son 20 yılıdır. Matematiğe hayat boyu yaptığı katkıların yaklaşık yarısını bu zaman zarfında üretmiştir. Görme engelinin ona bir problem teşkil etmemesinin sebebi ise sahip olduğu inanılmaz hafızasıdır. Euler okuduğu ve yazdığı her şeyi aklında tutabilen nadir insanlardandı. Kendisinin, ders anlatırken elliden fazla ondalıklı basamaklı sayılarla zihinden işlem yaptığı söylenir.

800'ün üzerinde makalesi olan Euler hayatı boyunca matematiğin hemen her alanına el atmıştır.

Birkaç Örnek

Buluşlar genelde sahiplerinin soyadıyla anılır. Euler'in çalışmaları da onun soyadını taşıyor. Ama Euler'in gelmiş geçmiş en üretken matematikçi olması, durumu biraz karıştırıyor. Sözgelimi Euler sayısı ya da Euler denklemi dendiğinde belirtileni anlamak için konuyu daraltmanız gerekecektir çünkü bunlardan birden fazla miktarda mevcuttur.

Euler Formülü ve Bir Uygulama

Ortaöğrenim bilgilerimizle bir sayının 2., 3. yada 1/3. kuvvetlerini hesaplayabilsek de (sanal sayı) ***i*** kuvvetiyle başa çıkmamız pek mümkün değil. Bunu ancak Euler'in $e^{i\sigma} = \cos\sigma + i\sin\sigma$ formülü ile tanıştıktan sonra yapabiliriz. Dergimize sıkça gelen bir soru i^i sayısının kaç olduğu ve nasıl hesaplandığı. Hazır yeri gelmişken formülün bir uygulaması olan bu sayının hesaplanışını gösterelim:

$$e^{i\sigma} = \cos\sigma + i\sin\sigma;\ \sigma = \frac{\pi}{2}\ koyalım$$

$$e^{\frac{i\pi}{2}} = i; \cos(\pi/2) = 0\ ve\ \sin(\pi/2) = 1$$

$$e^{\left(\frac{i\pi}{2}\right)\cdot i} = i^i;\ her\ tarafın\ i.\ kuvvetini\ aldık$$

$$e^{\left(\frac{-\pi}{2}\right)} = i^i;\ i^2 = -1$$

Özetle $i^i = e^{-(\pi/2)} =$ 0,2078795763

Aslında sayısının sonsuz tane değeri vardır:

$i^i = e^{-\pi/2+2\pi N}$, *N tam sayı*

Son olarak bu formülün yarattığı şu harika denkleme bakın, matematiğin en çok konuşulan bütün sayıları bir arada!

$e^{i\pi} + 1 = 0$

Bu iş için σ yerine π koymak yeterlidir, deneyin!

Şöhret hakkında şu son noktayı da belirtmeden geçmeyelim. Birçok dahi ya da çok yetenekli sanatçı için şöhret, genelde kişi öldükten sonra gelir. Çalışmakla dopdolu, kötü koşulların, çektiği acıların performansını hiç etkilemediği bir hayat geçiren Euler belki de uzun yıllar yaşamanın bir avantajı olarak, ömrünün sonlarına doğru bilinmeye, tanınmaya, yaptıklarıyla pek çok bilim ortamında konuşulmaya başlamıştır. Euler'in bu çok konuşulan çalışmalarına başka bir yazımızda daha ayrıntılı bir şekilde yer vermeye çalışacağız.

Nilüfer Karadağ

Kaynak:
http://www.stetson.edu/~efriedma/periodictable/html/Er.html

Bir Buluşum Var

e Sayısıyla İlgili Bir Teorem

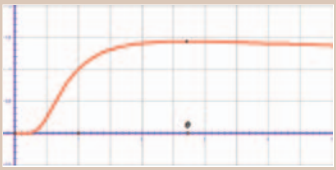
Ben fabrika işçisi ve 8 senelik ilk okul mezunuyum. Sayılar teoremi ile ilgili bir gözlemimi yayınlamanızı istirham ederim.

Her sayının kendi derecesinden kökünü bulacak olursak 3'den sonra elde edilen değerin kararlı bir şekilde küçüldüğünü ve 1'e yaklaştığını görürüz. Mesela 6'nın 6. dereceden kökü 5'in 5. dereceden kökünden daha küçüktür. 7'nin 7. dereceden kökünü bulacaksak 1 sayısına daha da yaklaşırız ve bu düzen sonsuza kadar böyle devam eder. Ama bu düzeni bozan bir sayı vardır ki o da 3 sayısıdır. olduğu halde ki bu sayı 1,4142'ye yakın bir irrasyonel sayıdır. daha büyük bir sayıdır.

Sonuç: tahminime göre 4 ile 2 arasında olan bir sayının limit olması gerekir. Bu sayı da sıradan bir sayı olamaz akla gelen sayı yüksek matematikte çok önemli bir yeri olan e sayısıdır. Özetle teorem şudur:

$$\boxed{n > 0 \quad \rightarrow \quad \sqrt[n]{n} < \sqrt[e]{e}}$$

Ve grafikte şöyle olmalıdır:



Sizce tezim doğru mudur?

Adem Özdemir

Euler pozitif bilimlerde pek çok yerde karşımıza çıkar. Matematiği sistematize etmek konusunda yaptığı çalışmalar sonucunda önerdiği birçok simge bugün matematik dilinin değişmez kelimeleri olarak kullanılmaktadır. Fonksiyon için $\boldsymbol{f}(\mathbf{x})$; pi sayısı için $\boldsymbol{\Pi}$; toplam için kullanılan $\boldsymbol{\Sigma}$ (sigma) işareti; **e** ve **i** sembolleri bunlardan birkaçıdır. i, İngilizce imaginary (sanal) kelimesinin baş harfi ve e de Euler'in baş harfinden gelmektedir. Adem arkadaşımızın e sayısıyla ilgili teoreminden bahsettiği buluş mektubu Euler konulu yazımızın üstüne çok uygun! Kendisine teşekkür ederiz.

Her sayının kendi derecesinden kökü olan $\sqrt[n]{n}$ fonksiyonunu pozitif gerçel sayılar kümesinden yine aynı kümeye tanımlanmış oldukça ilginç ve şık bir fonksiyondur ve görüntüsü okuyucumuzun mektubunda belirttiği gibidir. İşin içine fonksiyon sözcüğü girince metotlar çok gelişmiş olduğundan hesaplamalar oldukça kolay yapılabiliyor. Adem arkadaşımız $\sqrt[n]{n}$ değerlerinin n büyüdükçe 1'e yaklaştığından bahsederken farkında olmadan fonksiyonun n sonsuza giderken limitini, $\sqrt[n]{n}$ fonksiyonunun her değerinin küçük olduğu $\sqrt[e]{e}$ sayısından bahsederken de fonksiyonun maksimum noktasını kastetmiş. Bu anlamda yapılanlar buluş olma (ilk defa bulunmuş olma) özelliği taşımıyor ama Adem arkadaşımızın ilköğretim mezunu olduğunu düşünürsek oldukça önemli adımlar attığını söyleyebiliriz. Kendisine mutlaka lise matematiği konularını taramasını tavsiye ediyoruz. Zira okulda ilgili eğitimi almadan kendi çabalarıyla çok önemli noktalara gelen bilim adamlarının hayatlarından az önce bahsettik.

Önce fonksiyonun n sonsuza giderken limit değerini hesaplayalım:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = \lim_{n\to\infty} e^{\ln \sqrt[n]{n}}$$

$$= e^{\lim_{n\to\infty} \ln(n^{1/n})}$$

$$= e^{\lim_{n\to\infty} \left[\frac{1}{n}\cdot\ln(n)\right]} \quad (L'hospital)$$

$$= e^{\lim_{n\to\infty} \left[\frac{\frac{1}{n}}{1}\right]}$$

$$= e^{\lim_{n\to\infty} \left[\frac{1}{n}\right]}$$

$$= e^0 = 1$$

Değerlerin gittikçe 1'e yaklaştığı grafikten de gözlemlenebilir.
Gelelim

$$n > 0 \quad \rightarrow \quad \sqrt[n]{n} < \sqrt[e]{e}$$

teoremine. Fonksiyonun maksimum noktası (e, $\sqrt[e]{e}$) noktası olduğundan her görüntü değeri $\sqrt[e]{e}$ sayısından küçük veya eşit olacaktır. e sayısı eşit olduğu tek değerdir.Bu değeri yok saymamak için teoremin ifadesini şu şekilde düzeltmek gereklidir:

$$n > 0 \quad \rightarrow \quad \sqrt[n]{n} \le \sqrt[e]{e}$$

(maksimum değeri hesaplamak için fonksiyonun 1. türevini sıfıra eşitleme metodundan yararlanabilirsiniz. Bu hesaplamayı okuyucumuza bırakıyoruz.)

Daha önce de matematikçinin sezgilerinin çok önemli olduğundan bahsetmiştik. Adem arkadaşımız 'bu sayı olsa olsa e sayısı olur' derken türev, limit vs kullanmamış ama sezgileri onu doğru sonuca ulaştırmış. Matematikçiler sezgilerini ispatlamak peşinde koşarlar. Bu arayış onları daha çok geliştirir, yeni yeni kavramlar ortaya çıkarmalarını ve buluşlar yapmaları olanağı verir. Unutmayın ispatını yapmadığınız ifadeler asla teorem olma hakkı kazanmaz. Euler ömrünü bu uğurda seve seve harcamış. Sizler de matematikle ilgileniyorsanız en azından vakit ayırın, kitapları karıştırın, kavramları ve ispatları öğrenin! Bu temeli oluşturduktan sonra kendi matematiğinizi yapmaya başlayın.

Nilüfer Karadağ
karadagnilufer@yahoo.com

Eğer siz de kaydettiğiniz önemli bir bulgu olduğunu düşünüyorsanız dergimize gönderin ve onu sizin için değerlendirelim. Adresimiz:

TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi,
Buluşumu Değerlendirin Köşesi,
Atatürk Bulvarı No:221
Kavaklıdere-ANKARA