DOĞANIN GÜZELLİK ÖLÇÜSÜ

ALTIN ORAN

Öner ÇAKAR*

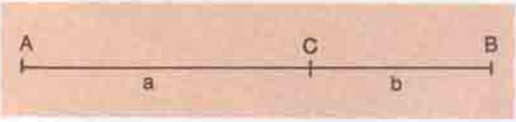
Matematiğin yanı sıra, estetik biliminin ve mantığın da en basit, fakat en önemli kavramları olduğu halde çoğunlukla birbirine karıştırılan iki kavram vardır: Oran ve Orantı.

ORAN kavramını, aynı türden iki şeyin nicelik açısından karşılaştırılması olarak tanımlayabiliriz. Örneğin, doğru parçalarıyla ilgileniyorsak, AB ve CD gibi iki doğru parçasının oranını AB/CD, ya da bunların aynı birimle ölçülmüş uzunlukları, sırasıyla, a ve b ise a/b ile sembolize ederiz.

ORANTI kavramını ise, Euclid'in tanımıyla, "iki oranın birbirine eşitliği" şeklinde açıklayacağız: $a/b = c/d$ gibi.

ALTIN ORAN

Şimdi uzunluğu ℓ kadar olan bir AB doğru parçası alalım ve bunu bir C noktası yardımıyla uzunlukları a ve b kadar olan AC ve CB gibi doğru parçasına ayıralım.



Şekil 1: Doğru parçasının Altın Kesimi.

Eğer bu bölme sırasında

$$\ell/a = a/b \text{ yani, } (a+b)/a = a/b$$

eşitliği gerçekleniyorsa, bu bölmeye AB doğru parçasının ALTIN BÖLÜMÜ diyeceğiz. ℓ/a'ya, ya da eşiti olan a/b oranına ise, ALTIN ORAN adı verilir. Johannes Kepler ise, bunu "Kutsal Oran" ya da Orantı olarak "Kutsal Orantı" şeklinde adlandırmaktadır. Kepler'in bu konudaki haklılığını ilerideki örneklerde göreceğiz.

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

eşitliğinde her iki tarafın pay ve paydasını b ile bölüp, $a/b = x$ konumunu yaparsak,

$$\frac{x+1}{x} = x$$

ya da $x^2 = x + 1$ denklemini elde ederiz. Bu denklemin de pozitif kökü $(1 + \sqrt{5})/2$, negatif kökü ise $(1 - \sqrt{5})/2$'dir.

$(1 + \sqrt{5})/2$ sayısını ya da oranını ϕ ile gösterirsek,

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}6180339....$$

yazabiliriz. Görüldüğü gibi, 1,618,ϕ için oldukça sağlıklı bir değerdir. Ayrıca,

$$\frac{1-\sqrt{5}}{2} = \phi'$$

dersek,

$$\frac{1}{\phi} = -\phi'$$
$$\phi \cdot \phi' = -1$$
$$\phi + \phi' = 1$$

yazabiliriz. ϕ'ye ilişkin olarak,

$$\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1{,}61803398875....$$
$$\phi^2 = 2{,}618.... = \frac{\sqrt{5}+3}{2}$$
$$\frac{1}{\phi} = 0{,}618.... = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$
$$\phi^2 = \phi + 1$$
$$\phi^3 = \phi^2 + \phi$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\phi^n = \phi^{n-1} + \phi^{n-2}$$

yazılabilir. Bu son eşitliği negatif üslere de genişletirsek,

$$\phi = 1 + \frac{1}{\phi}, \quad \phi^1 = \phi^0 + \phi^{-1}$$
$$\phi^{-2} = \phi^{-3} + \phi^{-4}, \quad \frac{1}{\phi^2} = \frac{1}{\phi^3}\ \frac{1}{\phi^4}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

buluruz. Ayrıca,

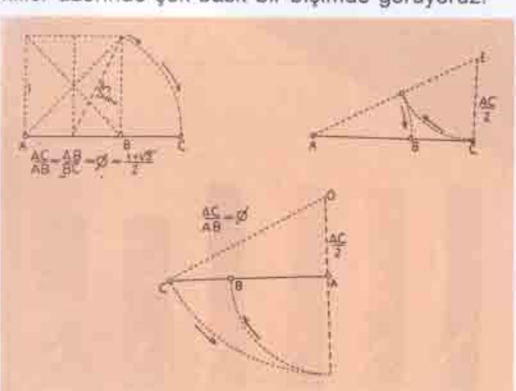
$$2 = \phi + \frac{1}{\phi^2}, \quad \phi = \frac{1}{\phi - 1},$$

$$\phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}}}}$$

$$\phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 +}}}}$$

'dir.

Geometrik olarak ϕ oranının büyük ya da küçük parçadan başlayarak oluşturulmasını aşağıdaki şekiller üzerinde çok basit bir biçimde görüyoruz:

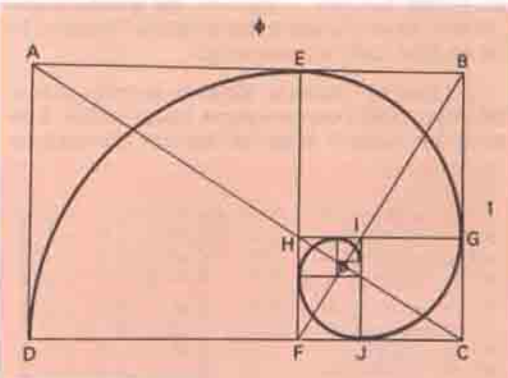


Şekil 2: Altın Kesimin Geometrik Çizimi.

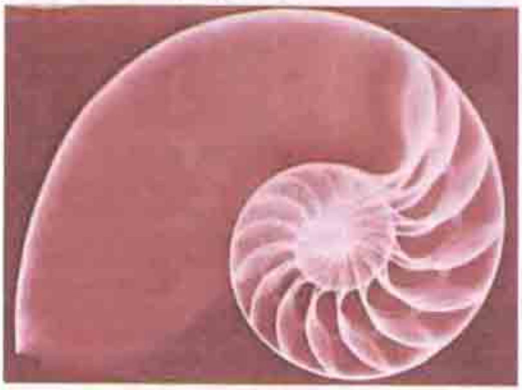
* Prof.Dr., Ankara Üniversitesi Fen Fak. Matematik Böl.

ALTIN DİKDÖRTGEN

Şimdi de, uzun ve kısa kenarlarının oranı ϕ olan bir dikdörtgen çizelim. Bu dikdörtgene ALTIN DİKDÖRTGEN adı verilmektedir. Bir altın dikdörtgen ele alındığında, bu dikdörtgenin, içe doğru kısa kenarının, dışa doğru uzun kenarının üzerine birer kare yerleştirecek olursak, yeni oluşan dikdörtgenlerin de birer altın dikdörtgen olduğu, kolayca ispatlanabilir. Bu işlem, içe ve dışa sonsuz kez tekrarlanabilir.



Şekil 3: Altın Dikdörtgen.



Şekil 4: Nautilus (X ışınıyla çekim).

Bu dikdörtgenler yardımıyla çizeceğimiz spiralin Nautilus'un kabuğunda gördüğümüz eş-açılı, ya da logaritmik spiral olduğu da bilinen bir gerçektir.

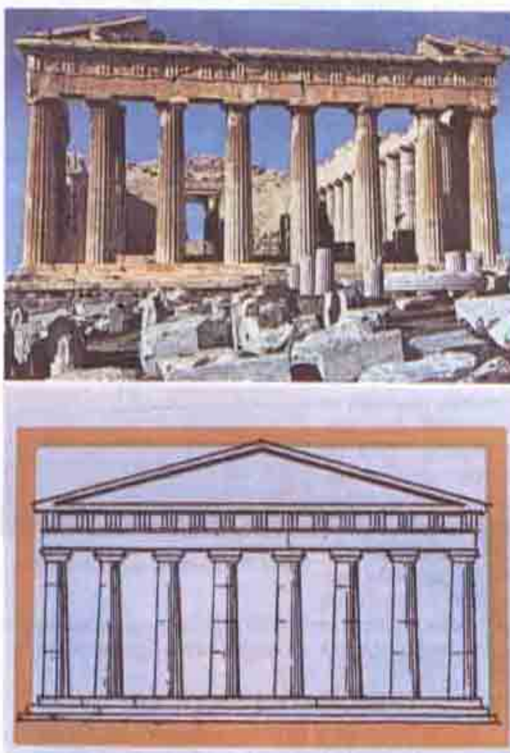
Altın dikdörtgenlerin diğer bir özelliği ise, estetik açıdan göze en hoş görünen dikdörtgen olmasıdır. 1876'da Fechner'in yaptığı, 1894'de Witmar, 1908'de Lalo, 1917'de Thorndike'ın tekrarladığı çalışmalar sonucunda binlerce aday üzerinde, kendilerine çeşitli dikdörtgen örnekleri gösterilip, en güzelini ve en çirkinini seçmeleri istenilerek yapılan araştırmalarda, adayların fikir birliği etmişcesine Altın Dikdörtgen'de karar kılmaları yandaki tabloda açıkça görülmektedir. Altın Dikdörtgen'e çirkin diyen bir tek kişi bile çıkmamıştır.

MİMARİDE ALTIN ORAN

Gerek klasik mimaride, gerekse modern mimaride, inşa edilecek yapının cephe görünüşünün daima bir Altın Dikdörtgen içine yerleştirilebilmesi, dikkat edilecek ilk husus olmaktadır. Ayrıca bina tasarımlarında kullanılan hemen tüm normlarda temel kriter yine altın orandır.

ORAN	EN GÜZEL DİKDÖRTGEN		EN ÇİRKİN DİKDÖRTGEN	
Genişlik / Uzunluk	Fechner %	Lalo %	Fechner %	Lalo %
1.00	3.0	11.7	27.8	22.5
0.83	0.2	1.0	19.7	16.6
0.80	2.0	1.3	9.4	9.1
0.75	2.5	9.5	2.5	9.1
0.69	7.7	5.6	1.2	2.5
0.67	20.6	11.0	0.4	0.6
0.62	**35.0**	**30.3**	**0.0**	**0.0**
0.57	20.0	6.3	0.8	0.6
0.50	7.5	8.0	2.5	12.5
0.40	1.5	15.3	35.7	26.6
	100.0	100.0	100.0	100.1

Şekil 5: Fechner'in sonuçları.



Şekil 6: Parthenon Tapınağı (Atina).

Mimaride altın oran kullanımının ilk örneği olarak M.Ö. 2650 yıllarında yapıldığı Karbon-14 testi ile belirlenen Mısır'daki Keops Piramitidir. Ayrıca M.Ö. 447-423 yıllarında Atina'da inşa edilen Parthenon Tapınağı'nda, İtalya'nın güneyinde M.Ö. 460 yıllarında yapılmış Poseidon Tapınağı, Ortaçağ'da 1163-1245 yılları arasında yapılan Paris'in ünlü Notre-Dame Katedrali'ni örnek verebiliriz.

RESİMDE ALTIN ORAN

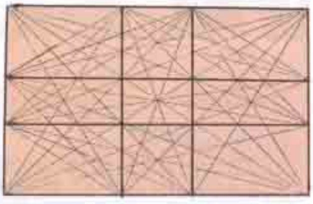
Mimaride olduğu gibi, resimde de temel ögelerden biri altın oran'dır. Resimde altın oran'ın uygulanışında ilk adım resmin boyutlarının altın dikdörtgen içine uymasıdır. Bunun yanı sıra, resimdeki ana konu ya da ana obje ayrıca bir altın dikdörtgenin içine oturtulabilir. Bu durumu Leonardo da Vinci'nin St.Jerome tablosunda görüyoruz (Şekil 7).

Şekil 7: St.Jerome (Leonardo da Vinci).

Fransız empresyonistlerinden Georges Seurat'nın "La Parade" tablosunda ise, altın oran'ın resimde çok daha ayrıntılı biçimde kullanılış şeklini görmekteyiz. Şekilde de görüldüğü gibi resmin kenarlarını her iki uçtan altın oranda bölen noktalar işaretlenip karşılıklı olarak birleştirilir. Bu doğrulara altın oran doğruları diyoruz. Altın oran doğrularının kesiştiği noktalar ise "altın nokta" olarak adlandırılır. Resmin kenarlarındaki her bir altın kesim noktasını diğerlerine birleştiren köşegensel doğrular ise altın oran demetleridir. Resmedilecek konunun tablo üzerindeki kompozisyonu bu doğru ve demetlere bağlı olarak yapılır.

Şekil 8: La Parade (Georges Seurat).

Kuşkusuz, ressamlar resimlerinde tüm altın noktaları ve altın doğruları kullanmazlar. Zira bu tür bir zorlama ressamın yaratıcılığını sınırlayabilir, coşkusunu gölgeleyebilir. Ancak, aşırılığa kaçmadan kullanılacak altın oran yöntemi resme bir güç kazandıracak, kompozisyonda kolaylık ve sağlamlık sağlayacaktır.



Şekil 9: Resimde altın demetler.

FIBONACCI SAYILARI

Şimdi yeniden ϕ sayımıza dönelim ve bu sayıyla yakından ilişkili bir diziden söz edelim. Dizimiz, takma adı Pisa'lı Leonardo olan, 1175 doğumlu Leonardo Fibonacci (Filius Bonacci) tarafından tanımlanan ve her bir terimi kendisinden önce gelen ilk iki terimin toplamı olarak belirlenen

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6757, 10946, 17711, 28657, 46368, ...

dizisidir. Bu dizinin ilginç bir yanı, 5. terimden sonraki ardışık terimlerinin oranlarının altın oran'a çok yakın olmaları, 12. terim olan 144'den sonraki bütün ardışık terimleri oranlarının ise sürekli olarak 1,61803 olarak çıkmasıdır. Bir anlamda Fibonacci Dizisi ile altın oran özdeşleşmiştir.

ϕ sayısı ile Fibonacci dizisinin terimleri arasındaki ilişki, adeta sayılamıyacak kadar çoktur. Bunlardan bir tanesini aşağıdaki tabloda görmekteyiz:

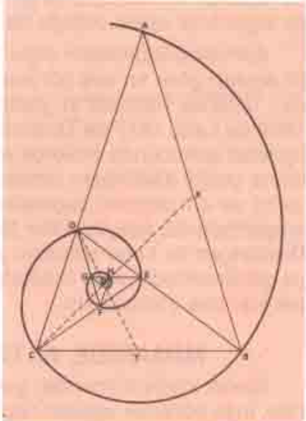
$$
\begin{array}{llllll}
\phi^{-5} & = 0{\cdot}090170 & = -8 & + 5\phi & = -3 & + 5 \div \phi \\
\phi^{-4} & = 0{\cdot}145898 & = +5 & - 3\phi & = +2 & - 3 \div \phi \\
\phi^{-3} & = 0{\cdot}236068 & = -3 & + 2\phi & = -1 & + 2 \div \phi \\
\phi^{-2} & = 0{\cdot}381966 & = +2 & - \phi & = +1 & - 1 \div \phi \\
\phi^{-1} & = 0{\cdot}618034 & = -1 & + \phi & = 0 & + 1 \div \phi \\
\phi^{0} & = 1{\cdot}000000 & = 1 & & = 1 & \\
\phi & = 1{\cdot}618034 & = 0 & + \phi & = 1 & + 1 \div \phi \\
\phi^{2} & = 2{\cdot}618034 & = 1 & + \phi & = 2 & + 1 \div \phi \\
\phi^{3} & = 4{\cdot}236068 & = 1 & + 2\phi & = 3 & + 2 \div \phi \\
\phi^{4} & = 6{\cdot}854102 & = 2 & + 3\phi & = 5 & + 3 \div \phi \\
\phi^{5} & = 11{\cdot}090170 & = 3 & + 5\phi & = 8 & + 5 \div \phi \\
\phi^{6} & = 17{\cdot}944272 & = 5 & + 8\phi & = 13 & + 8 \div \phi \\
\phi^{7} & = 29{\cdot}034442 & = 8 & + 13\phi & = 21 & + 13 \div \phi \\
\phi^{8} & = 46{\cdot}978714 & = 13 & + 21\phi & = 34 & + 21 \div \phi
\end{array}
$$

ALTIN ÜÇGEN

Taban açıları 72° ve tepe açısı 36° olan bir ABC ikizkenar üçgenini ele alalım. Basit bir hesaplamayla AB/BC = $\phi / 1$ olduğu görülebilir. Böyle bir üçgeni, Altın Üçgen olarak adlandırıyoruz. Altın Üçgen'de B açısının açı ortayı olan BD, AC kenarını altın oranda kesmektedir. Böylelikle ABC Altın Üçgeni bu kez tepe açıları 36° ve 108° olan iki Altın Üçgen'e bölünmüş olmaktadır. Üstelik bu iki yeni Altın Üçgen'in alanlarının birbirine oranı da, ϕ/1'dir.

Üç Altın Üçgen'in alanlarının oranı ise,
$S_{ABC} : S_{ABD} : S_{DBC} = \phi^2 : \phi : 1$
olmaktadır.

Bu defa C açısının açı ortayı olan CE'yi çizersek, E noktası BD'yi altın oranında bölecek ve BCD Altın Üçgene iki yeni Altın Üçgeni ayrılmış olacaktır. Bu işlemi sonsuz kez yinelemek ve elde edilen A, B, C, D, E, F, G, H, ... noktalarının az önce sözünü ettiğimiz logaritmik spiral üzerinde olduğunu görmek mümkündür.



Şekil 10: Altın Üçgen.

Şekilde de görüldüğü gibi, Nautilus'un kabuğu Altın Dikdörtgeni uyduğu gibi, Altın Üçgen ile de tam bir uyum sağlamaktadır.

Altın Üçgen'e ilişkin diğer bir özelliği aşağıdaki şekilde oluşturabiliriz: Örneğin, HG'den başlayıp, bunun uzunluğunu birim uzunluk olarak alırsak,

. . . . .

$$GF = 1\phi$$
$$FE = 1\phi + 1$$
$$ED = 2\phi + 1$$
$$DC = 3\phi + 2$$
$$CB = 5\phi + 3$$
$$BA = 8\phi + 5$$

. . . . .

yazabiliriz. Fibonacci dizisi satırlar arasında iki kez daha karşımıza çıkmıştır.

DOĞADA ALTIN ORAN VE FIBONACCI

Fibonacci dizisinin diğer bir önemi de doğada çok sık bir biçimde karşımıza çıkmasıdır. Bir kesirler dizisini, her terimin payını, bir önceki terimin paydası olarak, paydasını ise bir önceki terimin pay ve paydasının toplamı olarak belirleyip yazalım:

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \frac{21}{34}, \frac{34}{55}, \frac{55}{89}, \ldots$$

Görüldüğü gibi, bu yolla elde edilen dizinin terimleri Fibonacci dizisinin ardışık terimlerinin bölümü şeklindedir. Ve bu dizinin terimleri olan oranları, çam kozalaklarında (5/8, 8/13), ananas meyvasında

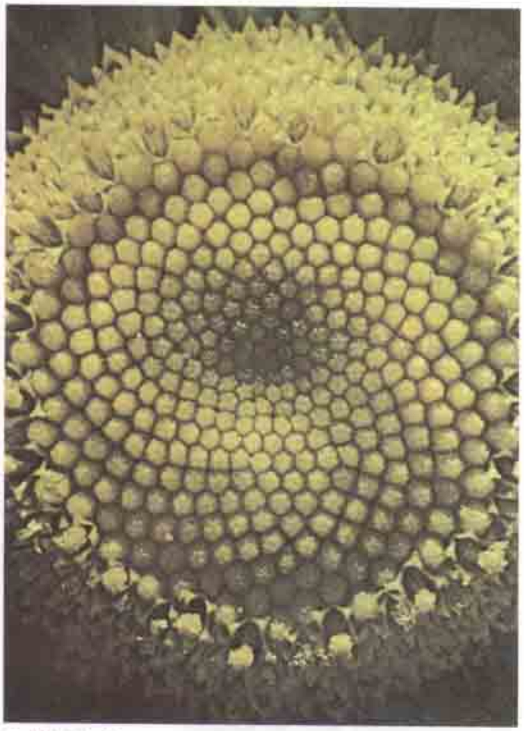
Şekil 11: Çam Kozalağı.

(8/13), papatyanın orta kısmındaki floretlerde (21/34), ay çiçeklerinde (21/34, 34/55, 55/89) sağ ve sol spirallerin sayıları olarak görmekteyiz.

Yine Fibonacci dizisinin terimlerini pay ve payda olarak kullanıp, diğer bir diziyi de,

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{13}, \frac{8}{21}, \frac{13}{34}, \frac{21}{55}, \ldots$$

şeklinde oluşturursak, bu dizinin terimleri olan oranlar bize botanikte "yaprak divergensi" olarak tanımlanan oranları verir. Bitkilerde yaprakların gövde etrafına dizilişlerinde belli bir düzen olduğunu hepimiz biliyoruz. Bir yapraktan başlayıp, gövde etrafında dö-

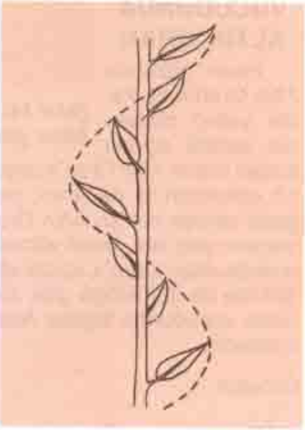


Şekil 12: Papatya.

nerek aynı hizadaki diğer yaprağa rastlayıncaya kadar yapmamız gereken tur sayısı ile, bu turlar sırasında karşılaştığımız yaprak sayılarını, sırasıyla, N ve P ile gösterirsek, P/N oranı, bitkilerde yaprak divergensi olarak adlandırılır ve bunlar yukarıdaki dizinin terimlerinden biri olarak karşımıza çıkar. Bu oranlar, örneğin,

Çayır bitkilerinde (otlarda) 1/2
Bataklık bitkilerinde 1/3
Meyve ağaçlarında (elma) 2/5
Muz türlerinde 3/8
Soğangillerde 5/13'tür.

Altın oranla adeta özdeşleşmiş olan Fibonacci sayılarının doğadaki yeri bununla da kalmayıp, İDEAL YAPRAK açılarında kendini göstermektedir.



Şekil 13: Yaprak Divergensi.

Bilindiği gibi, bitkilerde yapraklar, dik gelen güneş ışınlarından maksimum yararı sağlamak üzere, belli bir açıyla sıralanırlar. Örneğin, 2/5'lik yaprak divergensine sahip bir bitkide yaprak aralarındaki açı

$$\frac{2 \times 360^\circ}{5} = 144^\circ$$

'dir. Buna benzer hesaplamalarla, çeşitli bitkiler için aşağıdaki tabloyu oluşturabiliriz:

1/2'lik yaprak divergensi 180° (Buğdaygiller)
1/3'lük yaprak divergensi 120° (Çayır bitkileri)
2/5'lik yaprak divergensi 144° (Gül, fındık, huş)
3/8'lik yaprak divergensi 135° (Yıldız, lahana)
5/13'lük yaprak divergensi 138° 27' (Kaya Bitkileri)
8/21'lik yaprak divergensi 137° 08' (Sarı çam, kara çam, ladin)
13/34'lük yaprak divergensi 137° 38'
21/55'lik yaprak divergensi 137° 27'
34/89'luk yaprak divergensi 137° 31'

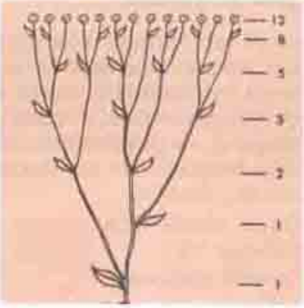
Tablodan da görüldüğü gibi, ideal açı 137° civarında bir açı olma eğilimindedir. Gerçekten, ideal açı, $\alpha + \beta = 360°$ olmak üzere

$$\frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\beta}{\alpha}$$

ile verilir. Burada ufak bir hesaplamayla, $\beta = \frac{360°}{\phi} = 222° \, 29' \, 32''$ ve $\alpha = \beta / \phi = 137° \, 30' \, 27''$ bulunur. α'ya ideal açı adı A.H. Church tarafından verilmiş olup, bu açının matematiksel tanımlanması ise 1875'de J. Wiesner tarafından yapılmıştır.

Bitkiler aleminde dolaşırken, Binperçem otu *(Achillea ptarmica)* olarak bilinen bitkinin yaprak ve çiçek dizilişlerinde ortaya çıkan Fibonacci sayılarına da değinmeden edemeyeceğiz.

Bu bitkinin her bir aşamadaki yaprak ve çiçeklerinin sayıları da Fibonacci dizisinin terimleriyle uyumludur.



Şekil 14: Bin Perçem Otu (Achillea ptarmica).

İNSAN VÜCUDUNDA ALTIN ORAN

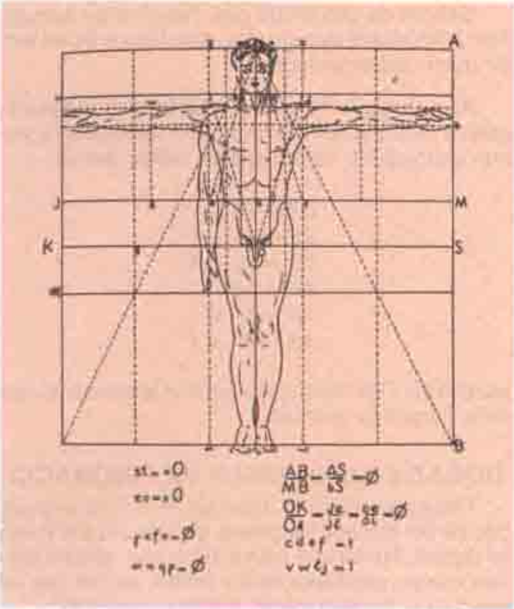
İnsan gözünün Altın Oran'a bu kadar yatkın olmasının, estetik açıdan sürekli olarak Altın Oran'a uygun şekil ve yapıları tercih etmesinin bir nedenini, yaşadığı çevre olan doğada hemen her an Altın Oran'la karşı karşıya olmasının yanı sıra, kendi vücudunun hemen her noktasında Altın Oran'a sahip olmasında arayabiliriz. Şeklide de görüldüğü gibi, ideal ölçülere sahip bir insan vücudunda sayısız Altın Oran örneği bulunmaktadır.

Örneğin,

$$\frac{AB}{MB} = \frac{\text{Boy}}{\text{Bacak Boyu}} = \phi$$

$$\frac{AS}{bS} = \frac{\text{Beden Boyu}}{\text{Kolaltı Beden Boyu}} = \phi$$

$$\frac{OK}{Ok} = \frac{\text{Tam kol Boyu (Boyun-Parmak Ucu)}}{\text{Dirsek - Boğaz}} = \phi$$



Şekil 15: İdeal İnsan Vücudunda Altın Oran.

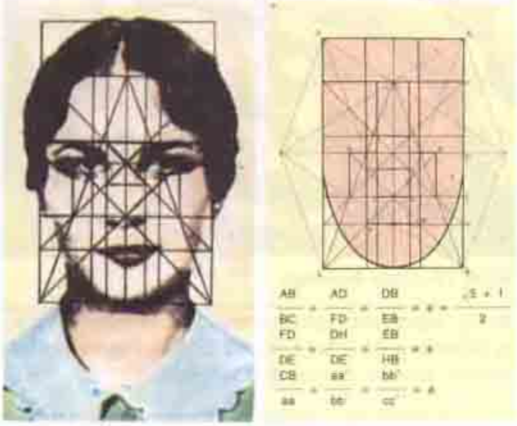
$$\frac{Je}{Jf} = \frac{\text{Parmak Ucu - Omuz}}{\text{Parmak Ucu - Dirsek}} = \phi$$

$$\frac{oe}{oi} = \frac{\text{Göbek-Omuz (Dikey durumda göbek-dirsek)}}{\text{Göbek - Bel}} = \phi$$

cdef = 1 (Omuzlar, dirsekler arası kare)

İNSAN YÜZÜNDE ALTIN ORAN

İdeal ölçülere sahip bir insan yüzünde de sayısız altın oran örnekleri görmek mümkündür.



Şekil 16: İdeal Yüz'de Altın Oran.

Şekilde de görüldüğü gibi:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{\text{Yüz Yüksekliği}}{\text{Yüz Genişliği}} = \phi$$

$$\frac{AD}{FD} = \frac{\text{Tepe - Göz Yüksekliği}}{\text{Saç Dibi - Göz Yüksekliği}} = \phi$$

$$\frac{DB}{EB} = \frac{\text{Göz - Çene Arası}}{\text{Burun - Çene Arası}} = \phi$$

$$\frac{FD}{DE} = \frac{\text{Alın Genişliği}}{\text{Burun Boyu}} = \phi$$

$$\frac{DH}{DE} = \frac{\text{Göz - Ağız}}{\text{Burun Boyu}} = \phi$$

$$\frac{EB}{HB} = \frac{\text{Burun Altı - Çene}}{\text{Ağız - Çene}} = \phi$$

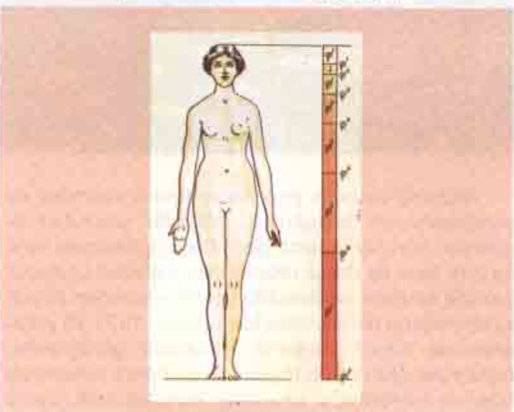
$$\frac{CB}{aa'} = \frac{\text{Yüz Genişliği}}{\text{Gözbebekleri Arası}} = \phi$$

$$\frac{aa'}{bb'} = \frac{\text{Gözbebekleri Arası}}{\text{Ağız Genişliği}} = \phi$$

$$\frac{bb'}{cc'} = \frac{\text{Ağız Genişliği}}{\text{Burun Genişliği}} = \phi$$

İNSAN VÜCUDUNDA ϕ ÖLÇEĞİ

Yine ideal vücut ölçüsüne sahip bir insan vücudunu ele alırsak, değişik bir açıdan ϕ ölçeği oluşturmamız mümkün olmaktadır. Bir insan vücudunda BURUN boyunu birim olarak seçersek,



Şekil 17: İnsan Vücudunda Altın Oran Ölçeği.

Tepe - Kaş Arası	$:\phi^{-1}$	
		ϕ
Burun	$:1$	
		ϕ^2
Burun Altı - Boğaz	$:\phi^1$	
		ϕ^3
Boğaz - Göğüs	$:\phi^2$	
		ϕ^4
Göğüs - Göbek	$:\phi^3$	
		ϕ^5
Göbek - El Parmak Ucu	$:\phi^4$	
		ϕ^6
El Parmak Ucu - Ayak Ucu	$:\phi^5$	
		ϕ^7

olduğu görülür.

$$\phi^{m+2} = \phi^{m+1} + \phi^m$$

genel formülü kullanılarak, tüm beden boyunun ϕ^7'ye eşit olması gerektiği anlaşılmaktadır.

Şekil 18: Gülen Şövalye (Franz Hals).

Şekil 19: Venüs (S.Botticelli).

Değerli okuyucular, verdiğimiz bunca örnek ve açıklamadan sonra Altın Oranı doğanın güzellik ölçüsü olarak tanımlamamız konusunda ne kadar haklı olduğumuz ortaya çıkmıştır sanıyorum. Fakat, bu yazıyı okuduktan sonra, lütfen elinize cetveli alıp eninizi boyunuzu ölçmeye kalkmayın. Altın orana uysa da uymasa da insanoğlu ve içinde yaşadığı doğa güzeldir. yeter ki o güzellikleri görebilelim.

KAYNAKLAR

1. T. Andrea COOK, The Curves of Life, Dover 1979.
2. H.E. HUNTLEY, The Divine Proportion, Dover 1970.
3. M. GHYKA, The Geometry of Art and Life, Dover 1977.
4. D. BERGAMINI, Mathematics, Life - Science Library 1970.
5. Ö. ÇAKAR, Doğa'dan Matematiksel Esintiler, Bilim ve Teknik Cilt 18, Sayı 214, 1985.