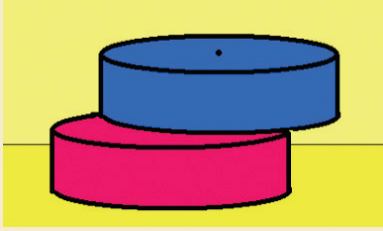




## Disklerden Kule



Kule yapmanız için şekildedeki disklerden size istediğiniz kadar veriliyor. Yapmanız gereken diskleri üst üste koyarken en üsttekini en başta karar verdiğiniz doğrultuda kaydırarak eklemek. Eğikliği nedeniyle Pisa Kulesi'ni andırarak şaheserinizi çokmeden önce en üstündeki diskinin merkezi, en alttaki diskin merkezinden yatay doğrultuda en fazla ne kadar uzaklıkta olabilir? (disklerin yarıçapı r olsun)

## Kazaya Kıl Payı

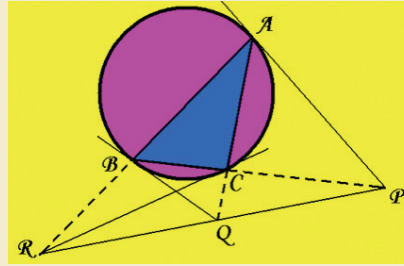
İki arkadaş, sadece bir trenin geçebileceği genişlikteki köprüden geçerek evlerine gitmek istiyorlar. Matematik Kulesi'nde gördükleri bir soru üzerine hararetli bir tartışmaya giren bu arkadaşlar köprü'nün tam  $2/5$ 'ine geldiklerinde kendilerine yaklaşan trenin öten acı siren sesiyle irkiliyor. O panikle biri köprü'nün girişine diğeri de çıkışına doğru (yani ters doğrultuda) koşmaya başlıyor. İkisi de trenin kıl pa-

yı kurtulduklarına göre eşit olan koşma hızları bir saatte kaç kilometredir? (Trenin hızı = 60 km/saat)

## Fermat'ın Bize Mirası

Fermat'ın o çağını aydınlatan güzel matematik çalışmalarından birini kullanarak kolayca çözebileceğiniz güzel bir soru var huzurlarınızda: a pozitif bir tamsayı iken  $(a^5 - a)$  sayısının her zaman 30 ile bölünebileceğini gösterebilir misiniz? (çok farklı çözüm yolları da var)

## Aynı Doğrultuda

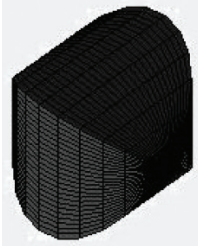


ABC üçgeninin çevrel çemberine şekildedeki gibi teğetler çizelim. A noktasından geçen teğet BC'nin doğrultusu ile P'de, B'den geçen teğet AC'nin doğrultusu ile Q'da ve C'den geçen teğet AB'ni doğrultusu ile R'de kesişsin. Bu durumda P, Q ve R'nin aynı doğru üzerinde bulunması gerektiğini ispatlayabilir misiniz?

## Geçen Ayın Çözümleri

### Kesişen Silindireler

Öncelikle yarıçapı r olan ve silindirelerin kesiştiği bölgenin tam merkezinde bulunan her iki silindire de ortak bir küre düşünelim. Şekilde gösterilen bilgisayarla çizilmiş iki silindirin ortak hacmi bu küreyi kapsayacak biçimdedir. Eğer silindirlere paralel şekilde bu ortak hacimden dilimler kesersek ortak alanı bir kare, küreyi ise bu kare içine tam sığan bir çember biçiminde görürüz. Karenin çembere alanının oranı  $(2a)^2 / \pi a^2 = 4 / \pi$  olduğuna göre tüm dilimlerin toplamı olan ortak hacmin kürenin hacmine oranı da aynı olmalı. Öyleyse şekildedeki ortak hacim  $= 4/\pi \cdot (4/3\pi r^2) = 16/3\pi r^2$  olur.



### Meraklı Arkadaş

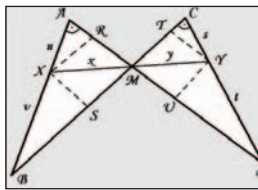
3 kişinin yaşları çarpımı 2450 olduğu için bu sayının 3 çarpımını bir tablo yaparak incelememiz gerekir. Tabloyu yaparsanız bu tabloda sadece (5, 10, 49) ve (7, 7, 50) üçlü çarpımlarının toplamının birbirine eşit olduğunu görürsünüz. Demek ki yaşları tahmin etmeye çalışan kişinin yaşı 64'tür. Sorulara cevap veren B kişinin yaşı ancak 50 olmalıdır ki A kişisi aldığı cevap sonucunda kesin olarak 3 kişinin yaşının 5, 10 ve 49 olduğunu söyleyebilin.

### Zam Teklifi

200 YTL zam teklifini kabul ettiğimizde yılbaşı geçtiği için o sene sonuna kadar ancak toplam 10 000 YTL alabiliriz. Oysa 50 YTL'lik teklife göre yılın ilk yarısında 5000 YTL, ikinci yarısında ise 5050 YTL alırız. Yani bir sene sonunda 10 050 YTL kazanmış oluruz. İlk teklife göre ikinci yılda kazanacağımız para 10 200 YTL'dir. Oysa birinci teklife göre ikinci yılın ilk yarısında 5100 YTL, ikinci yarısında 5150 YTL toplamda da 10 250 YTL kazanırız. Böylece 50 YTL'lik zam teklifiyle hep daha fazla kazanarak yolumuza devam ederiz.

### Geometrik Eşitlik

Sorunun çözümü için ilk olarak XR // BC, XS // AD, TY // AD ve YU // BC olacak biçimde XR, XS, TY, YU çizimlerini şekle ekleyelim. Bu haliyle XRM üçgeni ~ (benzer işareti) YUM üçgeni ve XSM üçgeni ~ YTM üçgeni olur. O halde RM/UM = x/y = SM/TM eşitliği ve ardından da  $x^2/y^2 = (RM.SM) / (TM.UM)$  eşitlikleri yazılabilir. Tepe açılarının eşitliği soruda söylendiğine göre AXR üçgeni ~ CYT üçgeni olur. Buradan da u/s = AX/CY = XR/YT = SM/UM eşitliği elde edilir. Eşitliğin son kısmı XRS ve YTM paralel kenarlarından kaynaklanır. Buradan da son eşitlik v/t = RM/TM elde edilir. Sonuç olarak  $x^2/y^2 = (v/t).(u/s)$  eşitliği bulunur.



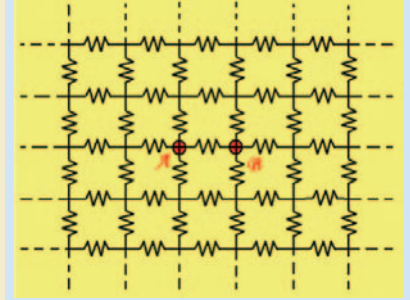
## Matematiğin Şaşırtan Yüzü

### Sonsuz Sayıda Direnç

Şu an hepimiz aynı sayfada bulunduğumuz göre her birimizin matematiği sevdiğine hiç şüphe yok. Ancak bu sevginin sebebini açıklamak sevdiğini söyleyivermek kadar kolay olmasa gerek. Düşünüyorum da kendi adıma aklım tutarlı bir açıklama gelmiyor. Belki de bunun için seviyorum matematiği kim bilir: anlamlı bir sebebi olmasından!

Biz her ne kadar karşılıksız sevssek de matematik bir şekilde karşılığını veriyor. Bugün bilimin her alanında ulaştığımız akıl almaz sınırlar, Pisagor'un Öklit'in matematik aşkının karşılığı değil de nedir? Günümüzün elektronik çağı da elbette bu altın dönemini temelinde yer alan matematiğe borçlu. Bu ayki yazımız matematiğin güzelliğini bir elektronik devresinde keşfetmemizi sağlayacak.

Şekilde birbirlerine bağlanmış sonsuz sayıda direncin (hepsinin değeri R olsun) oluşturduğu bir örgüyü görüyoruz. Örgü, iki boyutlu bir düzlemde tüm doğrultulara sonsuza kadar devam ediyor. Bizden A ve B noktaları arasındaki eşdeğer direnci hesaplamamız isteniyor. Peki ama bunu nasıl hesaplayacağız?



Bu soruyu çözebilmek için durumu iki alt probleme böleceğiz ve en sonunda elde ettiğimiz iki çözümü topladığımızda istediğimiz asıl çözüme ulaşacağız. İlk olarak B noktasını ortadan kaldıralım. A noktasının potansiyeli V volt ve sonsuzun potansiyeli de sıfır olsun. Bu durumda A noktasından girecek I akımı simetri özelliğinden ötürü eşit olarak dört kola ayrılır. Yani yatay doğrultuda A noktasından sağa doğru giden akım  $I/4$ 'tür.

Şimdi ise A noktasını ortadan kaldıralım. Bu yeni şekilde B noktası (-V) volt, sonsuzun potansiyeli ise yine sıfır olsun. Devre üzerindeki toplam akımın I amper ve çıkış noktasının B noktası olduğunu varsayarsak yine simetri özelliği nedeniyle B noktasının kollarındaki tüm akımlar eşit ve  $I/4$  olacaktır. Bu durumda da B noktasına soldan  $I/4$  amper girmiş olur.

Şimdi iki durumu birleştirmeye geldi. A ve B noktaları arasından toplamda  $I/4 + I/4 = I/2$  amper geçtiğine göre A ve B arasındaki potansiyel fark  $R.I/2 = IR/2$  volt olur. Biz A ve B arasından toplam I akımının geçtiğini biliyoruz ve eşdeğer direnci bulmak istiyoruz. O halde A ve B arasındaki potansiyel fark =  $IR/2 = I \times$  (eşdeğer direnç). Elde ettiğimiz bu eşitlik sayesinde eşdeğer direncin  $R/2$  olduğunu bulmuş olduk. Sonsuz dirençlerin eşdeğeri =  $R/2$ . Büyüleyici bir güzellik!